बाल अंकगणित

राजकीय प्रकाशन शिक्षा विभाग, उत्तर प्रदेश

बाल अंकगणित

भाग ४

(कक्षा ४ के विद्यार्थियों के लिए)

बेसिक शिक्षा परिषद,
उत्तर प्रदेश

प्रथम संस्करण : १९९१

पुनर्मुद्रण : १९९२

पुनर्मुद्रण : १९९३

मूल्य : रु० ५.०५

रचना मण्डल:

सम्पादक: श्री हरि प्रसाद पाण्डेय, निदेशक
राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद, उ०प्र०

संयोजक : श्री बुद्धि सिंह चौधरी

लेखक मण्डल :
श्री प्रभाकर मिश्र
श्री राम कुमार द्विवेदी
श्री रमाकान्त उपाध्याय
श्री वेणी माधव गुप्त
श्री आनन्द प्रकाश मिश्र, परिषद प्रतिनिधि

परामर्शदाता :
श्री ठाकुर चन्द्र सिंह रावत
श्री ए. एन. तिवारी

समीक्षक :
डॉ. वी. पी. गुप्त,
श्री श्याम नारायण राय

चित्रांकन एवं उत्पादन :

पाठ्य पुस्तक विभाग
शिक्षा निदेशालय, बेसिक, उत्तर प्रदेश

राजनियुक्त प्रकाशक एवं मुद्रक
सद्भावना प्रकाशन, अलीगढ़

प्राक्कथन

शिक्षा के क्षेत्र में यद्यपि विविध प्रकार की शिक्षण सामग्रियों का विकास होता जा रहा है तथापि पाठ्य पुस्तकों का महत्त्व कम नहीं किया जा सकता। विकासशील देशों में पाठ्यपुस्तक का महत्त्व और अधिक हो जाता है, क्योंकि वहां शिक्षा के अन्य साधन सर्व सुलभ नहीं हैं। पाठ्य पुस्तक के माध्यम से हम न केवल विद्यार्थियों को अपितु शिक्षकों को भी विषय की नवीन संकल्पना से अवगत करा सकते हैं।

बच्चों को कम मूल्य में उत्तम पाठ्य सामग्री प्राप्त हो सके, यह शासन एवं शिक्षा विभाग का उद्‌देश्य रहा है। समय के बदलाव के साथ-साथ पाठ्य पुस्तकों में आवश्यक परिवर्तन एवं परिवर्द्धन भी किया जाता रहा है। पुस्तकों को प्रस्तुत करते समय यह प्रयास रहा है कि इनकी विषय सामग्री छात्र-छात्राओं के ज्ञान का संवर्द्धन करने के साथ ही उनमें अपेक्षित योग्यताओं, दक्षताओं, प्रवृत्तियों, मूल्यों तथा आस्थाओं का विकास करे जिससे वे देश तथा समाज के लिए उपयोगी नागरिक बन सकें।

इन पुस्तकों में विषय सामग्री को सरल, बोधगम्य एवं सुरुचिपूर्ण ढंग से प्रस्तुत करने की चेष्टा की गई है। बेसिक शिक्षा परिषद्, राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्, उ०प्र० के निदेशक एवं उन सभी विशेषज्ञों के प्रति अपना हार्दिक आभार प्रकट करती है जिन्होंने लेखकमण्डल, परामर्श समिति एवं समीक्षा समिति के सदस्य के रूप में अपने ज्ञान, अनुभव और परिश्रम से इस पुस्तक के प्रणयन में महत्त्वपूर्ण योगदान दिया है। परिषद् पाठ्य पुस्तक विभाग के सहकर्मियों का भी आभारी है, जिन्होंने पुस्तक के चित्रांकन एवं उत्पादन में बड़ी रुचि एवं परिश्रम से कार्य किया है।

मार्च, १९९३

बेसिक शिक्षा परिषद्
उत्तर प्रदेश।

विषय सूची

इकाई - १

पिछले कार्य की पुनरावृत्ति

किसी भी संख्या के संख्यकों को इन दस अंकों ०, १, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९ के द्वारा स्थानीय मान के आधार पर लिखा जाता है।

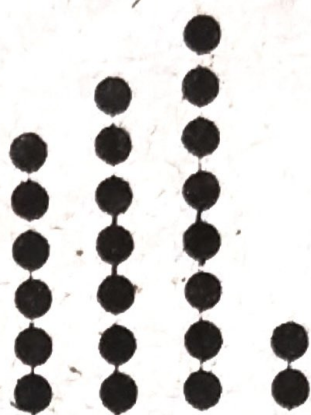
स्थानीय मान के सिद्धान्त के अनुसार अंकों के मान उनके स्थानों पर निर्भर करते हैं।

दाईं ओर से पहला इकाई, दूसरा दहाई, तीसरा सैकड़ा, चौथा हजार के स्थान हैं। इस प्रकार प्रत्येक स्थान पर समान अंकों का स्थानीय मान उसके दायें स्थान पर उसी अंक के स्थानीय मान का दस गुना होता है।

संख्या लेखन की यह हिन्दू-अरबी पद्धति है जिसे अन्तर्राष्ट्रीय पद्धति भी कहते हैं।

	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई
	९	९	९	९
९ का मान	९ x १०००	९ x १००	९ x १०	९ x १
	= ९०००	= ९००	= ९०	= ९
संख्या	९०००	+ ९००	+ ९०	+ ९ = ९९९९

संख्या निरूपण के चार ढंग

(१) एबाक्स

(२) स्थानीय मानचित्र

ह	सै	द	इ
६	७	८	२

(३) विस्तृत रूप

६००० + ७०० + ८० + २

(४) संगाथिति रूप

= ६७८२

अभ्यास – १

(१) निम्नलिखित संख्याओं को पढ़ो :-

८८, ९९९, ५६०७, ९९९९, १००००

(२) निम्नलिखित संख्याओं को अंकों में लिखो:-

(क) चार हजार छः सौ आठ

(ख) पैंतीस हजार छः सौ उनासी।

(३) कौन सी संख्या होगी :-

(क) ९९ से एक अधिक (ख) १००० से एक कम

(ग) ७२ से तीन कम (घ) ८३ से तीन अधिक।

(४) (क) दो-दो के अन्तर से ७० से १०० तक की संख्यायें लिखो।

(ख) तीन-तीन के अन्तर से १८८ से २०६ तक की संख्यायें लिखो।

(ग) दस-दस के अंतर से पाँच संख्यायें ७८९० से आरम्भ करके लिखो।

(घ) सौ-सौ के अन्तर से पाँच संख्यायें ८३४३ से आरम्भ करके लिखो।

(ङ) एक-एक हजार के अन्तर से पाँच संख्यायें ३३३३ से आरम्भ करके लिखो।

(५) स्थानीय मान बताओ

(क) ५६५६ में दोनों ६ के अंकों का।

(ख) ८०८ में दोनों ८ के अंकों का।

(ग) ९९९९ में सभी ९ के अंकों का।

(६) बड़ा '>' और छोटा '<' के चिह्न से खाली स्थान भरो:-

(क) ८९ ___ ९८

(ख) ६५ ___ ५६

(ग) ३३० ___ ३०३

(घ) १०८९ ___ १०९८

(७) स्थानीय मानचित्र बनाओ और निम्नलिखित संख्याओं को लिखो:-

१, २५, ३८४, ५६७१, ८८९०

(८) संगाथिति संख्या लिखो जैसा कि खण्ड 'क' में किया गया है।

(क) २००० + ५०० + ३० + ३ = २५३३

(ख) ४००० + ७०० + ० + ४

(ग) ३००० + ९०० + ९० + ९

(घ) ९००० + ० + ७० + २

(९) बताओ -

(क) दो अंकीय सबसे बड़ी संख्या

(ख) तीन अंकीय सबसे छोटी संख्या

(ग) चार अंकीय सबसे बड़ी संख्या

(घ) चार अंकीय सबसे छोटी संख्या

(१०) निम्नलिखित संख्याओं को आरोही और अवरोही क्रम में लिखो:-

(क)	(ख)	(ग)
९६३५	२४६२	२०९
१३५६	९६२४	३९८
६५३६	६९४२	५८९

इकाई - २

एक लाख तक की संख्याओं का पढ़ना और लिखना

हम जानते हैं कि

९ + १ = १० (दस)

९९ + १ = १०० (सौ)

९९९ + १ = १००० (हजार)

९९९९ + १ = १०००० (दस हजार)

इससे यह स्पष्ट है कि ९ से एक अधिक संख्या १०, ९९ से एक अधिक संख्या १००, ९९९ से एक अधिक संख्या १००० और ९९९९ से एक अधिक संख्या १०००० है।

इस प्रकार चार अंकों की सबसे बड़ी संख्या ९९९९ है और पाँच अंक की सबसे से छोटी संख्या १०००० है।

पाँच अंकीय सबसे बड़ी संख्या ९९९९९ है जिसे निन्यानवे हजार नौ सौ निन्यानवे पढ़ते हैं। इससे एक अधिक संख्या

९९९९९ + १ = १००००० हुई जिसे एक लाख पढ़ते हैं।

१००००० (एक लाख) छः अंकीय सबसे छोटी संख्या है।

पाँच और छः अंकीय संख्याओं में प्रत्येक का स्थानीय मान

जैसा कि चौथा स्थान हजार का है उसी क्रम में पाँचवाँ स्थान दस हजार और छठवाँ स्थान सौ हजार अथवा एक लाख का है।

जैसा कि हम जानते हैं कि संख्याओं का विस्तार दायें से बायीं ओर होता है अतः स्थानीय मानचित्र का विस्तार भी बायीं ओर होता है । पहले छः स्थानों को स्थानीय मानचित्र में नीचे दर्शाया गया है ।

लाख (सौ हजार)	दस हजार	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई

५६७९८, ९९९९९९, ५६७८९

पाँच अंकीय और छः अंकीय संख्याएं हैं, इनके संख्याओं को निम्नलिखित रूप से स्थानीय मानचित्र में लिखा जाता है।

	लाख (सौ हजार)	दस हजार	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई
५६७९८		५	६	७	९	८
९९९९९		९	९	९	९	९
५६७९८९	५	६	७	९	८	९

५६७९८ में ८ का स्थानीय मान ८X १ = ८
५६७९८ में ९ का स्थानीय मान ९X१० = ९०
५६७९८ में ७ का स्थानीय मान ७X१०० = ७००
५६७९८ में ६ का स्थानीय मान ६X१००० = ६०००
५६७९८ में ५ का स्थानीय मान ५X१०००० = ५००००

संख्या	स्थानीय मान	
९९९९९		
	९ X १	= ९
	९ X १०	= ९०
	९ X १००	= ९००
	९ X १०००	= ९०००
	९ X १००००	= ९००००

५६७९८९		
	९ X १	= ९
	८ X १०	= ८०
	९ X १००	= ९००
	७ X १०००	= ७०००
	६ X १००००	= ६००००
	५ X १०००००	= ५०००००

५६७९८९ में सभी अंको के स्थानीय मान इस प्रकार होंगे दाईं ओर से प्रारम्भ करो

९ का स्थानीय मान   ९ X १= ९

८ का स्थानीय मान   ८ X १०= ८०

९ का स्थानीय मान   ९ X १००= ९००

(यह दूसरा ९ का अंक है जो सैकड़ा के स्थान पर आया है अतः इस ९ का स्थानीय मान ९ X १००= ९०० हुआ।)

७ का स्थानीय मान   ७ X १०००= ७०००

६ का स्थानीय मान   ६ X १००००= ६००००

५ का स्थानीय मान   ५ X १०००००= ५०००००

किसी संख्या का मान उसके प्रत्येक अंक के स्थानीय मान के योग के बराबर होता है।

३४८९१८ के सभी अंकों के स्थानीय मान नीचे दिये गये हैं

अंक	स्थानीय मान			
८	८ इकाई	८ X १	=	८
१	१ दहाई	१ X १०	=	१०
९	९ सैकड़ा	९ X १००	=	९००
४	४ हजार	४ X १०००	=	४०००
३	३ दस हजार	३ X १००००	=	३००००

३४८९१८ को विस्तृत रूप में तीन विभिन्न प्रकार से लिखा जाता है

१. ३४८९१८ = ३ दस हजार + ४ हजार + ९ सैकड़ा + १ दहाई + ८ इकाई

२. ३४८९१८ = (३ X १००००) + (४ X १०००) + (९ X १००) + (१ X १०) + (८ X १)

३. ३४८९१८ = ३०००० + ४००० + ९०० + १० + ८

ध्यानपूर्वक देखें तो ज्ञात होगा कि संख्या का मान उसके सभी अंकों के स्थानीय मानों को जोड़ने पर ज्ञात होता है।

किसी संख्या के आगे सौ-सौ और हजार-हजार जोड़ते हुए संख्याओं को क्रम से गिन सकना

देखो

३१५ से १ आगे की संख्या=३१६

```
 ३१५
+  १
 ३१६
```

८७ से १ आगे की संख्या=८८

```
 ८७
+ १
 ८८
```

५३३८ से १ आगे की संख्या=५३३९

```
 ५३३८
+    १
 ५३३९
```

५३३८ से १०० आगे की संख्या=५४३८

```
 ५३३८
+ १००
 ५४३८
```

६०७५ से १०० आगे की संख्या=६१७५

```
 ६०७५
+ १००
 ६१७५
```

१२३४५ से १००० आगे की संख्या=१३३४५

```
 १२३४५
+ १०००
 १३३४५
```

७८५०९ से १००० आगे की संख्या=७९५०९

```
 ७८५०९
+ १०००
 ७९५०९
```

उदाहरणों से स्पष्ट है कि जिस प्रकार किसी संख्या से एक आगे की संख्या उस संख्या के इकाई अंक में एक जोड़ने पर प्राप्त होती है उसी प्रकार किसी संख्या से १०० आगे की संख्या उस संख्या के सैकड़ा अंक में १ जोड़ने पर और १००० आगे की संख्या हजार के अंक में १ जोड़ने पर प्राप्त होती है।

संख्याओं की तुलना :

पाँच अंकीय संख्याओं की तुलना के नियम वही हैं जो चार अंकीय संख्याओं की तुलना के हैं।

नियम १

अधिक अंकों की संख्या कम अंकों की संख्या से बड़ी होती है।

देखो

१३२६ > ९८५
९०१७ > ९९८
५६५ > ८७

नियम २

यदि किन्हीं दो संख्याओं में अंकों की संख्या समान हो तो उनकी तुलना संख्या के अंतिम बायें अंक की तुलना से करते हैं यदि अंतिम बायें अंक भी एक समान हों तो उसके बाद के बायें अंकों की तुलना करते हैं और फिर ये अंक भी समान हों तो उसके बाद के अंक की तुलना करते हैं और इसी प्रकार बायें से दाईं ओर चलते हुये अंकों की तुलना करते जाते हैं। जिस संख्या का बायें से पहला असमान अंक बड़ा होता है वह संख्या बड़ी होती है।

उदाहरण १

३१०७ > २९५६
४३२६ > ४२८६
८७८६ > ८७६८
३५१३ > ३५१०

वह संख्या जो किसी संख्या के ठीक बाद या एक आगे हो

उदाहरणों से स्पष्ट है कि जिस प्रकार किसी संख्या से एक आगे की संख्या उस संख्या के इकाई अंक में एक जोड़ने पर प्राप्त होती है उसी प्रकार किसी संख्या से १०० आगे की संख्या उस संख्या के सैकड़ा अंक में १ जोड़ने पर और १००० आगे की संख्या हजार के अंक में १ जोड़ने पर प्राप्त होती है।

संख्याओं की तुलना :

पाँच अंकीय संख्याओं की तुलना के नियम वही हैं जो चार अंकीय संख्याओं की तुलना के हैं।

नियम १

अधिक अंकों की संख्या कम अंकों की संख्या से बड़ी होती है।

देखो

१३२६ > ९८५
९०१७ > ९९८
५६५ > ८७

नियम २

यदि किन्हीं दो संख्याओं में अंकों की संख्या समान हो तो उनकी तुलना संख्या के अंतिम बायें अंक की तुलना से करते हैं यदि अंतिम बायें अंक भी एक समान हों तो उसके बाद के बायें अंकों की तुलना करते हैं और फिर ये अंक भी समान हों तो उसके बाद के अंक की तुलना करते हैं और इसी प्रकार बायें से दाईं ओ चलते हुये अंकों की तुलना करते जाते हैं। जिस संख्या का बायें से पहला असमान अंक बड़ा होता है वह संख्या बड़ी होती है।

उदाहरण १

३१०७ > २९५६
४३२६ > ४२८६
८७८६ > ८७६८
३५१३ > ३५१०

वह संख्या जो किसी संख्या के ठीक बाद या एक आगे होत

है इस संख्या की अनुवर्ती संख्या कहलाती है।

उदाहरण २

संख्या	अनुवर्ती
९९	१००
९०८	९०९
३७६५	३७६६

किसी संख्या की अनुवर्ती संख्या, उस संख्या में १ जोड़ने पर प्राप्त होती है।

वह संख्या जो किसी संख्या से ठीक पहले या एक पीछे होती है, उस संख्या की पूर्ववर्ती संख्या कहलाती है।

उदाहरण ३

संख्या	पूर्ववर्ती
८	७
९००	८९९
१०००००	९९९९९

किसी संख्या की पूर्ववर्ती संख्या को उस संख्या में से १ घटाने पर प्राप्त किया जाता है।

शून्य की पूर्ववर्ती कोई संख्या नहीं होती।

इकाई - ३
संख्याओं का जोड़-घटाना

पिछले कार्य की पुनरावृत्ति :

अभ्यास ३

१) जोड़ो-
   (अ) ४३०२, २०८९, २१३४
   (ब) २५६८, ५३१८, ५३७
   (स) ८६०९, २३९, ६५
   (द) ३७४०, २१, ०

२) घटाओ-
   (अ) ९३०२ से ५९८३
   (ब) ५००० से ३८७५
   (स) २१९१ से १६२८
   (द) ४३१८ से ३३२८

३) एक पौधशाला में १५६० आम के पौधे, ३६९ नीबू, ५०१२ अमरूद तथा ८९ पीपल के पौधे हैं। बताओ पौधशाला में कितने पौधे हैं।

४) एक टोकरी में ३६१८ आम हैं। ६१८ आम बच्चों मे बाँट दिये गये। बताओ टोकरी में कितने आम बचे।

५) जोड़ और घटाने की क्रिया किये बिना उत्तर निकालो-
   (क) ३५+१५=५० तो बताओ १५+३५=..........
   (ख) २७+३३+४५=१०५ तो बताओ
   २७+४५+३३=.......
   (ग) २३-८=१५ तो बताओ २३०-८०=..........
   (घ) ९५०+२१०=११६० तो बताओ ९५+२१=..........

पाँच अंकीय संख्याओं का जोड़ :

उदाहरण १

६५१२३ = ६०००० + ५००० + १०० + २० + ३

+ २१४७५ = २०००० + १००० + ४०० + ७० + ५

= ८०००० + ६००० + ५०० + ९० + ८

= ८६५९८

दस हजार	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई
६	५	१	२	३
२	१	४	७	५
८	६	५	९	८

क्रिया विधि-

```
  ६५१२३
+ २१४७५
  ८६५९८
```

पहले इकाई अंकों को जोड़ो और क्रम से दहाई, सैकड़ा, और हजार के अंकों को जोड़ो और अंत में दस हजार के अंकों को जोड़ो।

स्तम्भ और पंक्ति में जोड़ :

<u>उदाहरण २</u>

३१०३०+१०१२५+२५७४२ का मान बताओ। यहाँ सभी जोड़ी जाने वाली संख्यायें एक पंक्ति में दी गयीं हैं। इन संख्याओं को दाईं ओर से इस प्रकार लिखो कि इकाई में अंक पहले स्तम्भ में दहाई अंक दूसरे स्तम्भ में, सैकड़ा के सभी अंक तीसरे स्तम्भ में, हजार के अंक चौथे स्तम्भ में, दस हजार के अंक पांचवे स्तम्भ में रखे जाँय।

क्रिया विधि -

<u>उदाहरण ३</u>

जोड़ो ३४६७, ४००८३ और २८८७५

क्रिया विधि-

सभी संख्याओं को ऊपर की विधि से स्तम्भ में लिखो

```
 ११२१ ............हासिल
   ३४६७
  ४००८३
 +२८८७५
 -------
  ७२४२५
```

पंक्ति में लिखी हुई जोड़ी जाने वाली संख्याओं को स्तम्भ में लिखकर जोड़ना अधिक सरल होता है।

जोड़ के गुण धर्म:

(१) किसी संख्या में शून्य जोड़ने पर संख्या नहीं बदलती है।
देखो

उदाहरण ४

२६ + ० = २६

```
  २६
+  ०
----
  २६
```

जोड़ छब्बीस रहा

(२) दो संख्याओं के जोड़ में संख्याओं के क्रम को बदलने से योगफल नहीं बदलता है।
देखो

उदाहरण ५

६५ + २९ = ९४

```
  ६५
+ २९
----
  ९४
```

२९ + ६५ = ९४

```
  २९
+ ६५
----
  ९४
```

यह नियम बड़ी संख्याओं के जोड़ों के लिये भी है।

क्रय विक्रय सम्बन्धी योग के वार्तिक प्रश्न :

उदाहरण ६

एक व्यापारी ने रु० १८०८ मूल्य का गेहूँ, रु० २५६११ मूल्य की मक्का और रु० ६०३७६ मूल्य का चावल क्रय किया तो उसने कितने रुपये का अनाज खरीदा ?

अनाज का कुल मूल्य= गेहूँ का मूल्य+मक्का का मूल्य+चावल का मूल्य = रु०१८०८ +रु०२५६११ +रु०६०३७६

क्रिया विधि- पहले सभी जोड़ी जाने वाली संख्याओं को स्तम्भ में लिखा

```
  १ १ ---------हासिल
   १८०८
+ २५६११
+ ६०३७६
---------
  ८७७९६
```

व्यापारी ने रु०८७७९६ मूल्य का अनाज खरीदा।

अभ्यास - ४

(१) एक गाँव में ३७६९८ पुरुष, ३१८८९ महिलायें और ५९८०७ बच्चे हैं। बताओ गाँव की जनसंख्या क्या है।

(२) एक ट्यूबवैल बनवाने में रु० २५०३९ का पाइप, रु० ८८७८ खुदाई, रु० १९६१० का मोटर तथा रु० १०९६७ अन्य खर्च आया तो ट्यूबवैल लगवाने में कितना खर्चा आया ?

(३) एक नगर में ५६७० कार, २६९०३ मोटर साइकिल, २०१११ स्कूटर तथा ३००२३ अन्य वाहन हैं बताओ शहर में कितने वाहन हैं।

(४) पाँच अंकों की छोटी से छोटी और चार अंकों की बड़ी से बड़ी संख्याओं का योग बताओ।

पाँच अंकीय संख्याओं का घटाना

पाँच अंक की संख्याओं से सम्बन्धित घटाने के प्रश्नों को करने की वही विधि अपनायी जाती है जो चार अंकीय संख्याओं के घटाने के प्रश्नों में प्रयुक्त होती है।

उदाहरण १

८९७३५ में से २९६१४ घटाओ।

क्रिया विधि -

```
  ८९७३५  ----व्यकल्प
- २९६१४  ----व्यवकलित
  -----
  ६०१२१  ----अन्तर
```

उदाहरण २

८४९३६ में से २९५७८ को घटाओ।

प्रथम पद संख्याओं को निम्न प्रकार से स्तम्भों में लिखते हैं।

```
  ८४९३६  ----व्यकल्प
- २९५७८  ----व्यवकलित
  -----
```

द्वितीय पद

इकाई स्थान के अंक ६ से ८ को घटाना है, परन्तु यह संभव नहीं है क्योंकि ६ < ८। अब दहाई के स्थान के अंक ३ से १ उधार लेते हैं। चूँकि १ दहाई = १० इकाई इसलिये दहाई और इकाई को इस प्रकार लिखते हैं-

	दहाई	इकाई	
३६	= ३	६	२१६
	= २	१० + ६	८४९३६
	= २	१६	- २९५७८

तृतीय पद

अब दहाई घटाते हैं। २ दहाई से ७ दहाई नहीं घट सकती है अतः व्यकल्प में सैकड़ा से एक उधार लिया इसे दहाई में बदला

और २ में जोड़ा, इस प्रकार सैकड़ा और दहाई के स्थानों के अंकों को पुनः गठित किया

	सैकड़ा	दहाई
९२०	= ९	२
	= ८	१०+२
	= ८	१२

		८	१२	१६
८	४	९	३	६
− २	९	५	७	८
			५	८

चतुर्थ पद

सैकड़ा घटाओ

८ सैकड़ा−५ सैकड़ा=३ सैकड़ा

		८	१२	१६
८	४	९	३	६
− २	९	५	७	८
		३	५	८

पंचम पद

हजार घटाओ - ४ हजार से ९ हजार नहीं घट सकता है, इसलिए दस हजार से उधार लिया और व्यकल्प में दस हजार और हजार को पुनः गठित किया

दस हजार		दस हजार	हजार
८४	=	७	१०+४

७	१४	८	१२	१६
८	४	९	३	६
− २	९	५	७	६
	५	३	५	८

छठा पद

दस हजार घटाओ

७ दस हजार - २ दस हजार

= ५ दस हजार

७	१४	८	१२	१६
८	४	९	३	६
−२	९	५	७	८
५	५	३	५	८

इस प्रकार घटाने पर अन्तर ५५३५८ प्राप्त हुआ।

उदाहरण ३

९१०५३ से ८७३६९ घटाओ

```
   ८  १०   ९  १४  १३
   ९   १   ०   ५   ३   ----व्यकल्प
 - ८   ७   ३   ६   ९   ----व्यवकलित
 --------------------
   ०   ३   ६   ८   ४   ----अन्तर
 --------------------
```

उदाहरण ४

१०००० से ८३९७ घटाओ

```
   ० ९ ९ ९ १०
   १ ० ० ०  ०
 -   ८ ३ ९  ७
 ------------
     १ ६ ०  ३
 ------------
```

अन्तर १६०३ है।

अभ्यास - ५

(१) एक परीक्षा में ९०८७६ परीक्षार्थी बैठे। इनमें ७६८९७ छात्र हैं बताओ कितनी छात्रायें हैं ?

(२) एक आम-अमरूद के बगीचे में कुल पौधे १८७०३ हैं। यदि अमरूद के ८७०३ पौधे हैं तो आम के कितने पौधे हैं ?

(३) विपुल के पास लतीफ से रु० ८३३४ कम हैं। यदि लतीफ के पास रु० ७०३८९ हैं तो विपुल के पास कितने रूपये हैं ?

(४) एक कस्बे की जनसंख्या ७६१७० है दूसरे कस्बे की ९०१८७ है। बताओ दूसरे की जनसंख्या कितनी अधिक है।

(५) दो संख्याओं का जोड़ ३३६०२ है, यदि पहली संख्या ८३९० है तो दूसरी संख्या बताओ।

इकाई - ४

गुणा

पिछले कार्य की पुनरावृत्ति:

अभ्यास ६

(१) गुणा करो

(अ) १९ X १ (ब) ३० X ०

(स) ६३ X १० (द) ८३ X ४०

(२) गुणा करो

(अ) ६८ X ८९ (स) ४३३ X ९

(ब) ६० X ९० (द) ७०९ X १८

(३) खाली स्थान में < या = या > चिह्न लगाओ

(अ) ६ X ४ ☐ ४ X ६ (ब) ९ X ३ ☐ ८ X ३

(स) १ X ८ ☐ ० X ८ (द) ७ X १ ☐ १ X ८

तीन अंकीय संख्या को तीन अंकीय संख्या से गुणा

एक तीन अंकीय संख्या को तीन अंकीय संख्या से उसी प्रकार गुणा किया जाता है जिस प्रकार एक दो अंकीय संख्या को एक दो अंकीय संख्या से किया जाता है।

उदाहरण १

४६७ को २३७ से गुणा करो

जोड़ो २३७ = २००+३०+७

४४	२२	११	-----हासिल
४६७	४६७	४६७	
X ७	X ३०	X २००	
३२६९	१४०१०	९३४००	

```
        ४६७
      x २३७
      ३२६९        ४६७ को ७ से गुणा
     १४०१०        ४६७ को ३० से गुणा
     ९३४००        ४६७ को २०० से गुणा
जोड़  ११०६७९
```

उदाहरण २

६१६ को २१३ से गुणा करो-

```
         ६१६
x        २१३
        १८४८ --६१६और ३ इकाइयों का गुणा
        ६१६० --६१६और १दहाई १०इकाइयों का गुणा
      १२३२०० --६१६ और २सैकड़ा (२००इकाइयों) का गुणा
      १३१२०८ --सभी गुणों को जोड़ कर
```

उदाहरण ३

ज्ञात करो

४१०x३०९

```
    ४१०
    ३०९
   ३६९०
   ००००
 १२३०००
 १२६६९०
```

किसी संख्या को १००, २००, ३००, ... ९०० और १०००, २०००, ३०००, ...९००० से गुणा करना :

ध्यान से देखो -

२ X १ = २   १८ X १ = १८   ३१७ X १ = ३१७

२ X १० = २०   १८ X १० = १८०   ३१७ X १० = ३१७०

२ X १०० = २००   १८ X १०० = १८००   ३१७ X १०० = ३१७००

इसी प्रकार

२ X २०० = २ X २ X १०० = ४ X १०० = ४००

२ X ३०० = २ X ३ X १०० = ६ X १०० = ६००

२ X ९०० = २ X ९ X १०० = १८ X १०० = १८००   (१)

इसी प्रकार

१८ X २०० = १८ X २ X १०० = ३६००

३१७ X २०० = ३१७ X २ X १०० = ६३४००

१८ X ३०० = १८ X ३ X १०० = ५४००   (२)

१८ X ९०० = १८ X ९ X १०० = १६२००

८ X २००० = ८ X २ X १००० = १६०००

८ X ३००० = ८ X ३ X १००० = २४०००   (३)

८ X ९००० = ८ X ९ X १००० = ७२०००

हमने पाया कि किसी संख्या को १००, २००, ३००....९०० से गुणा करने के लिये उस संख्या को क्रमशः १, २, ३, ...९ से गुणा करो और गुणनफल के दाईं ओर दो शून्य लिख दो।

इसी प्रकार किसी संख्या को १०००, २०००, ३००० ..... ९००० से गुणा करने के लिए उस संख्या को क्रमशः १, २, ३, ९ से गुणा करो और गुणनफल के दाईं ओर तीन शून्य लिख दो।   (४)

<u>उदाहरण ४</u>

३१६ X १००० = ३१६०००

गुण्य, गुणक और गुणनफल का तात्पर्य :

जिस संख्या को गुणा किया जाता है वह गुण्य और जिससे गुणा करते हैं गुणक कहलाती है। जो संख्या गुणा करने पर प्राप्त होती है उसे गुणनफल कहते हैं।

जैसे -

```
      ३१६ ----गुण्य
X       ८ ----गुणक
--------------------
    २५२८ ----गुणनफल
--------------------
```

गुणा के गुण धर्म

(१) संख्याओं के क्रम बदलने से गुणनफल नहीं बदलता है

उदाहरण : २ X ६ = ६ X २

१७ X १३ = १३ X १७

३०९ X २९ = २९ X ३०९

(२) संख्याओं के समूह बदलने से गुणनफल नहीं बदलते

उदाहरण : (५ X १) X ३ = ५ X (१ X ३)

(१४ X ७) X ६ = १४ X (७ X ६)

(३) संख्या का १ से गुणा करने पर गुणनफल वही संख्या होती है।

उदाहरण : ७ X १ = ७

३९ X १ = ३९

५१६ X १ = ५१६

(४) संख्या का ० से गुणा करने पर गुणनफल ० होता है।

उदाहरण : ९ X ० = ०

१८ X ० = ०

गुणा पर वार्तिक प्रश्न

उदाहरण ५

एक बाइसिकिल का मूल्य रु० ९६५ है। १३४ बाइसिकिलों का मूल्य क्या होगा ?

१ बाइसिकिल का मूल्य = ९६५ रु०

१३४ बाइसिकिलों का मूल्य = ९६५ रु० x १३४

```
      ९६५
x     १३४
     ३८६०
+   २८९५०
+   ९६५००
   १२९३१०
```

इस प्रकार १३४ बाइसिकिलों का मूल्य रु० १२९३१० होगा।

अभ्यास - ७

(१) गुणनफ़ल बताओ

(अ) ४४० x २०० (ब) ४४० x १००

(स) ४४० x ० (द) ४४० x १

(२) > अथवा = अथवा < के चिह्न लगाओ

(अ) (३१ x ८) x ३ ३१x(८ x ३)

(ब) ९ x ८ ७ x ८ (स) ९ x ८ ८ x ९

(३) एक टोकरी में २१७ अमरूद हैं। बताओ ऐसी १०९ टोकरियों में कितने अमरूद होंगे।

(४) एक विद्यालय में ९७८ छात्र हैं। प्रत्येक छात्र पर विद्यालय का वार्षिक खर्च रु० १६९ है तो बताओ कि एक वर्ष में कुल कितना खर्च होगा ?

(५) हिरन गाँव से हावड़ा का एक आदमी का रेलभाड़ा रु० १६९ है। बताओ १६९ आदमियों का कितना भाड़ा होगा ?

इकाई - ५
भाग

यदि हम कहें कि ३१६ में ७ का भाग दो, तो हम लिखेंगे ३१६ ÷ ७ अथवा ७)३१६। ' ÷ 'अथवा')' भाग के चिह्न हैं।

```
             ४५----भजनफल
भाजक     ७ )३१६----भाज्य
            २८
           ----
             ३६
             ३५
           ----
              १----शेष
```

यहाँ ७ से भाग दिया गया है ७ भाजक है। जिस संख्या में भाग दिया जाता है उसे भाज्य कहते हैं, ३१६ भाज्य है। भाग देने पर जो संख्या मिली वह भजनफल है यहाँ ४५ भजनफल है। शेष १ है।

भाग के गुण धर्म :

(१) जब भाज्य ० हो और भाजक ० को छोड़कर कोई भी संख्या हो तो भजनफल शून्य होता है।

उदाहरण १ ० ÷ ९ = ०, ० ÷ ११५ = ०, ०÷१९८७=०

(२) यदि भाजक १ है तो भजनफल और भाज्य एक ही संख्या होती है

उदाहरण २

७ ÷ १ = ७, १० ÷ १ = १०, १ ÷ १ = १

पाँच अंकीय संख्या में दो अंकीय संख्या का भाग

दो अंकीय संख्या से किसी संख्या को भाग देते समय पिछली कक्षा की ही विधि का प्रयोग थोड़े से बदलाव के साथ करते हैं।

संक्षेप में

```
      १२१५
२३ ) २७९५४
     २३        --हजार को भाग दिया
     ----
      ४९
      ४६       --सैकड़ा को भाग दिया
     ----
       ३५
       २३      --दहाई को भाग दिया
     ----
       १२४
       ११५     --इकाई को भाग दिया
     ----
         ९
```

<u>उदाहरण ४</u>

१२३८९ को १७ से भाग दो

```
         ७२८
१७ ) १२३८९
    -११९
    ----
       ४८
      -३४
     ----
       १४९
      -१३६
     ----
        १३
     ----
```

३८९ ÷ १७ = ७२८, शेष १३

[illegible] × ७२८ + १३ = १२३८९

किसी संख्या में १०, १००, १००० से भाग :

ध्यान से निम्नलिखित उदाहरणों को देखो: -

१३० ÷ १ = १३०, शेष ०; १६५ ÷ १०० = १, शेष ६५
१५१ ÷ १ = १५१, शेष ०; १३९५ ÷ १०० = १३, शेष ९५
१३० ÷ १० = १३, शेष ०; ८३३४ ÷ १०० = ८३, शेष ३४
६१५३ ÷ १० = ६१५, शेष ३; ८४ ÷ १०० = ०, शेष ८४

ऊपर के उदाहरणों से निम्नलिखित बातें ज्ञात हुईं

(१) किसी संख्या को १० से भाग देने पर भजनफल संख्या के इकाई अंक को छोड़कर प्राप्त होता है और इकाई का अंक शेष रहता है।

(२) किसी संख्या को १०० से भाग देने पर भजनफल संख्या के इकाई और दहाई अंक को छोड़कर प्राप्त होता है और इकाई दहाई के अंकों से बनी संख्या शेष रहती है।

(३) किसी संख्या को १००० से भाग देने पर भजनफल संख्या के इकाई, दहाई और सैकड़ा अंकों को छोड़ कर प्राप्त होता है और इकाई, दहाई, सैकड़ा के अंकों से बनी संख्या शेष रहती है।

एक संख्या में दूसरी संख्या का भाग

<u>उदाहरण ५</u>

एक पुस्तक का मूल्य रु० ३९ है तो बताओ रु० २२२३० में कितनी पुस्तकें मिलेंगी ?

३९ का २२२३० रु० में भाग दिया

रु० २२२३०÷३९

```
        ५७०
    ३९ | २२२३०
       -१९५
        २७३
       -२७३
        ००००
        ००००
          x
```

उत्तर : ५७० पुस्तकें

उदाहरण ६

८३०९ रुपयों को २७ छात्रों को बराबर बराबर बाँटा गया तो बताओ एक छात्र को कितने रुपये मिले और कितने रुपये शेष बचे ?

यहाँ रु० ८३०९ को २७ बराबर भागों में बाँटना है। इसे हम इस प्रकार करेंगे

८३०९÷२७

अथवा

```
        ३०७
    २७ | ८३०९
       -८१
         २०९
        -१८९
          २०
```

यहाँ पर भजनफल ३०७ है और शेष २०, अत: ८३०९ को २७ भागों में बाँटने पर हर एक भाग में रु० ३०७ आये और शेष रु० २० बचे।

अभ्यास ८

भजनफल तथा शेष बताओ

१	१०९ ÷ १०	५-	८०६२ ÷ १००
२	१९३८ ÷ १००	६-	७००० ÷ १०००
३	७८५० ÷ १०००	७-	९००३ ÷ १०
४	७०० ÷ १०	८-	७९८५ ÷ १००

९ एक पाठशाला में १३२० छात्र हैं। यदि एक बस में कुल ६ छात्र बैठ सकते हैं तो बताओ कि सभी छात्रों को ले जाने के लिये कितनी बसें चाहिए।

१० एक बगीचे में १७६० पौधे लगने हैं यदि बगीचे में ११ पंक्तिय हैं तो प्रत्येक पंक्ति में कितने पौधे होंगे ?

इकाई ६

मिश्र संक्रियाएँ

निम्नलिखित प्रश्नों को ध्यान पूर्वक देखो

१- १३+१५+३

२- १३ X २+३-२४÷४

३- ३५÷७ X ९+१३-२

इन प्रश्नों में जोड़ घटाना गुणा और भाग की दो या दो से अधिक संक्रियाएँ एक साथ ही एक प्रश्न में दी गई हैं। ऐसे प्रश्नों को हल करते समय निम्नलिखित प्रक्रम अपनाया जाता है।

प्रथम क्रियां	----	भाग देना
द्वितीय क्रिया	----	गुणा करना
तृतीय क्रिया	----	जोड़ना
चतुर्थ क्रिया	----	घटाना

प्रक्रमों के ऊपरी क्रम को ''भागुजोघ'' से याद रखा जा सकता है।

<u>उदाहरण १</u>

१३ X २+३-२४÷४

प्रथम क्रिया भाग देना

२४÷४=६

१३ X २+३-६

द्वितीय क्रिया गुणा करना

१३ X २=२६

२६+३-६

तृतीय क्रिया जोड़ना

२६+३=२९

२९-६

चतुर्थ क्रिया घटाना

२९-६=२३

इस प्रकार १३ X २+३-२४÷४=२३

<u>उदाहरण २</u>

३५÷७ X ९+१३-२

प्रथम क्रिया भाग देना

३५÷७=५

५ X ९+१३-२

द्वितीय क्रिया गुणा करना

५ X ९=४५

४५+१३-२

तृतीय क्रिया जोड़ना

४५+१३=५८

५८-२

चतुर्थ क्रिया घटाना

५८-२=५६

इस प्रकार ३५÷७ X ९+१३-२=५६

अभ्यास ९

हल करो

(१) १३ + १५ ÷ ३

(२) ८८५ ÷ ५ X ३ + १८ - ६

(३) १४४ ÷ ३ + ९ - ३ X ७

(४) १८ X २+ २१ ÷ ७ - ३ X २

(५) २१ ÷ ७ X १८ - २ X २३

इकाई - ७

ऐकिक नियम का प्रयोग

जब हम बाजार कुछ क्रय करने जाते हैं तो दुकान वाले से वस्तुओं के दाम पूछते हैं। इससे हमें खरीदी जाने वाली वस्तुओं का मूल्य पता करने में सहायता मिलती है।

यदि हम ५ गेंद खरीदना चाहते हैं। हम १ गेंद का मूल्य दुकान वाले से पूछेंगे। यदि १ गेंद का मूल्य ३ है तो ५ गेंदों का मूल्य पता कर सकते हैं।

१ गेंद का मूल्य : रु० ३

५ गेंद का मूल्य : रु० ३ X ५ = रु० १५

अब दूसरी स्थिति पर ध्यान दो। यदि एक दर्जन गेंदों का मूल्य ३६ रु० है तो १ गेंद का मूल्य क्या होगा ? इसे इस प्रकार करेंगे

१ दर्जन = १२ गेंद

१ दर्जन अथवा १२ गेंदों का मूल्य : रु० ३६

१ गेंद का मूल्य : रु० (३६ ÷ १२) = रु० ३

तीसरी स्थिति पर ध्यान दो। यदि एक दर्जन गेंदों का मूल्य रु० ३६ है तो ५ गेंदों का मूल्य क्या होगा ? यहाँ हमें कुछ और गणना करने पर ही ५ गेंदों का मूल्य ज्ञात हो सकेगा।

इसी प्रकार के कुछ अन्य प्रश्न नीचे दिये गये हैं।

(१) ४ डिब्बा चाय का मूल्य रु० ६४ है। ३ डिब्बा चाय का मूल्य क्या होगा ?

(२) एक कुम्हार ८ दिन में ७२ घड़े बनाता है। ६ दिन में वह कितने घड़े बनायेगा ?

इस प्रकार के प्रश्नों को ऐकिक नियम के द्वारा निम्नलिखित विधि से हल करते हैं।

(१) ४ डिब्बा चाय का मूल्य : रु० ६४

१ डिब्बा चाय का मूल्य : रु० ६४ ÷ ४

(एक चौथाई इसलिए ४ से भाग) = रु० १६
३ डिब्बा चाय का मूल्य = रु० १६ X ३
(तीन गुना, इसलिये ३ का गुणा) = रु० ४८
इस प्रकार ३ डिब्बा चाय का मूल्य रु० ४८ हुआ।

(२) कुम्हार ८ दिन में बनाता है = ७२घड़े
कुम्हार १ दिन में बनाता है = ७२÷८
(आठवाँ भाग इसलिये भाग) = ९ घड़े
कुम्हार ६ दिन में बनाता है = ९ X ६घड़े
(६ गुने अतः गुणा) = ५४ घड़े
इस प्रकार कुम्हार ६ दिन में ५४ घड़े बनाता है।

ऊपर के उदाहरणों से स्पष्ट है कि पहले १ वस्तु अथवा इकाई वस्तु का मूल्य पता करते हैं और तब दी गई संख्या या दी गई मात्रा की वस्तु का मूल्य पता किया जाता है।

इस विधि को ऐकिक नियम कहते हैं।

अभ्यास - १०

(१) ३ दर्जन आम का मूल्य रु० ७२ है तो ५ दर्जन आमों का मूल्य कितना होगा ?

(२) एक कार ४ घंटे में ३२० किमी की दूरी तय करती है। बताओ ६ घंटे में कितनी दूरी तय करेगी ?

(३) हिरन गाँव से इलाहाबाद का ६ व्यक्तियों का रेल किराया रु० ३१२ है। बताओ ५ व्यक्तियों का किराया क्या होगा ?

(४) पुस्तकों के ७ गट्ठरों में २३१ पुस्तकें हैं। बताओ ९ गट्ठरों में कितनी पुस्तकें होंगी ?

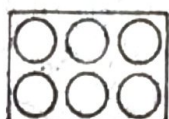
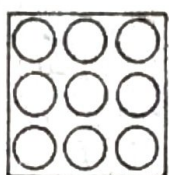
(५) १३ मीटर कपड़े का मूल्य रु० ११७ है। बताओ २३ मीटर कपड़े का मूल्य क्या होगा ?

इकाई - ८

अपवर्त्य और गुणनखण्ड

अपवर्त्य :

देखो -

○○○	तीन गोले एक बार = ३ X १ = ३
○○○ ○○○	तीन गोले दो बार = ३ X २ = ६
○○○ ○○○ ○○○	तीन गोले तीन बार = ३ X ३ = ९

इस प्रकार ३ में क्रमशः १, २, ३, ४, ५ .... से गुणा करने पर क्रमशः ३, ६, ९, १२, १५ ....संख्याएं प्राप्त होती हैं। संख्याएँ ३, ६, ९, १२, १५ .... तीन के अपवर्त्य हैं।

५ का अपवर्त्य प्राप्त करने के लिये क्या करते हैं ?

देखो
५ X १= ५
५ X २= १०
५ X ३= १५
५ X ४= २०

५ के अपवर्त्य : ५, १०, १५, २०, २५ .... हैं।

इसी प्रकार

४ के अपवर्त्य : ४, ८, १२, १६, २० .... हैं।
६ के अपवर्त्य : ६, १२, १८, २४, ३० .... हैं।
७ के अपवर्त्य : ७, १४, २१, २८, ३५ .... हैं।

अभ्यास ११

१- नीचे दिये प्रश्नों में अगले तीन अपवर्त्यों को लिखो

(क) ८, १६, २४, ३२, ४०, ---, ---, ---
(ख) ९, १८, २७, ३६, ४५, ---, ---, ---
(ग) ११, २२, ३३, ४४, ५५, ---, ---, ---

२- निम्न संख्याओं के प्रथम पाँच अपवर्त्यों को लिखो

(क) २ (ख) १२ (ग) १५ (घ) १७

देखो

४ X ७ = २८

४ के अपवर्त्य : ४, ८, १२, १६, २०, २४, <u>२८</u>, ३२ ....

७ के अपवर्त्य : ७, १४, २१, <u>२८</u>, ३५, ४२, ...

इस प्रकार २८, ४ और ७ दोनों का अपवर्त्य है।

देखो ८ X ५ = ४०

८ के अपवर्त्य : ८, १६, २४, ३२, <u>४०</u>, ४८, ५६... हैं।

५ के अपवर्त्य : ५, १०, १५, २०, २५, ३०, ३५, <u>४०</u>, ४५... हैं।

अतः ४० दोनों ८ और ५ का अपवर्त्य है।

फिर देखो

४ X ३ X २= २४

४ के अपवर्त्य : ४, ८, १२, १६, २०, <u>२४</u>, २८, ३२, ... है।

३ के अपवर्त्य : ३, ६, ९, १२, १५, १८, २१, <u>२४</u>, २७, ... है।

२ के अपवर्त्य : २, ४, ६, ८, १०, १२, १४, १६, १८, २०, २२, <u>२४</u>, ... हैं।

अर्थात २४ तीनों संख्याओं २, ३ तथा ४ का अपवर्त्य है।

दो या दो से अधिक संख्याओं के गुणा करने से प्राप्त गुणनफल, गुणित संख्याओं का अपवर्त्य होता है।

<u>उदाहरण १</u>

क्या २४, ३ का अपवर्त्य है?

हल हाँ, क्योंकि

२४ = ३ X ८

उदाहरण २

७२ क्या १८ का अपवर्त्य है ?

हल — हाँ, क्योंकि

७२ = १८   ४

उदाहरण ३

१२८ क्या ४ का अपवर्त्य है?

हल — हाँ, क्योंकि

१२८ = ४ X ३२

उदाहरण ४

५७ क्या ५ का अपवर्त्य है?

हल — नहीं, क्योंकि

५७ = ५ X □

(ऐसी कोई पूर्णांक संख्या नहीं है जिससे □ भरा जा सके।)

अभ्यास १२

(१) खाली जगह भरो।

(क) ३ X ८=२४, — २४, --- और --- का अपवर्त्य है।

(ख) ७ X ६=४२ — ४२, --- और --- का अपवर्त्य है।

(ग) ९ X ७=६३, — ६३, --- और --- का अपवर्त्य है।

(घ) १५ X ३=४५ — ---, १५ और ३ का अपवर्त्य है।

(च) ८ X ९=७२ — ---, ८ और ९ का अपवर्त्य है।

(छ) २ X ४ X ६=४८ — ---, २ ,४ और ६ का अपवर्त्य है।

(ज) १० X ३ X ५=१५० — १५०, ---, --- और --- का अपवर्त्य है।

(२) क्या पहली संख्या दूसरी संख्या का अपवर्त्य है ?

(क) ३७, ४ (ख) १८, ६ (ग) ३१, ७
(घ) ४०, ५ (च) ६१, ६ (छ) २८, १४

(३) १ से ३० तक की संख्याओं को तीन पंक्तियों में लिखो और २ के अपवर्त्यों को घेरो।

(४) १ से ५० तक की संख्याओं को पाँच पंक्तियों में लिखो और ५ के अपवर्त्यों को घेरो।

(५) निम्नलिखित सारिणी में ६ के अपवर्त्यों को घेरो।

१	२	३	४	५	६	७	८	९	१०
११	१२	१३	१४	१५	१६	१७	१८	१९	२०
२१	२२	२३	२४	२५	२६	२७	२८	२९	३०
३१	३२	३३	३४	३५	३६	३७	३८	३९	४०
४१	४२	४३	४४	४५	४६	४७	४८	४९	५०
५१	५२	५३	५४	५५	५६	५७	५८	५९	६०

(६) निम्नलिखित सारिणी में १ से १० तक की संख्याओं के प्रथम १० अपवर्त्य दिये गये हैं।

संख्या	अपवर्त्य									
१	१	२	३	४	५	६	७	८	९	१०
२	२	४	६	८	१०	१२	१४	१६	१८	२०
३	३	६	९	१२	१५	१८	२१	२४	२७	३०
४	४	८	१२	१६	२०	२४	२८	३२	३६	४०
५	५	१०	१५	२०	२५	३०	३५	४०	४५	५०
६	६	१२	१८	२४	३०	३६	४२	४८	५४	६०
७	७	१४	२१	२८	३५	४२	४९	५६	६३	७०
८	८	१६	२४	३२	४०	४८	५६	६४	७२	८०
९	९	१८	२७	३६	४५	५४	६३	७२	८१	९०
१०	१०	२०	३०	४०	५०	६०	७०	८०	९०	१००

सारिणी को देख कर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दो।

(क) २ क्या २ का अपवर्त्य है ?

(ख) ८ क्या १ का अपवर्त्य है?

(ग) क्या किसी संख्या का अपवर्त्य, उस संख्या से छोटा हो सकता है ?

सम और विषम संख्याएँ :

संख्याओं की निम्नांकित व्यवस्था में रेखांकित संख्याओं को देखो।

१	२	३	४	५	६	७	८	९	१०
११	१२	१३	१४	१५	१६	१७	१८	१९	२०
२१	२२	२३	२४	२५	२६	२७	२८	२९	३०
३१	३२	३३	३४	३५	३६	३७	३८	३९	४०
४१	४२	४३	४४	४५	४६	४७	४८	४९	५०

ऐसी संख्या जो २ का अपवर्त्य होती है, उसे सम संख्या कहते हैं।

उदाहरण : २, ४, ६, ८, १०, १२, १४, ... सम संख्याएँ हैं।

ऐसी संख्या जो २ का अपवर्त्य नहीं होती है उसे विषम संख्या कहते हैं।

उदाहरण : १, ३, ५, ७, ९, ११, १३.... विषम संख्याएँ हैं।

अभ्यास १३

(१) सम संख्याओं को घेरो।

७, १०, ११, १४, १७, १८, ३७, ४२, ४५

(२) विषम संख्याओं को घेरो।

५, ८, १५, २०, २७, ४८, ५१, ५६

(३) वह छोटी से छोटी संख्या बताओ जिसे किसी सम संख्या में जोड़ने पर योगफल विषम संख्या प्राप्त होती है।

(४) वह छोटी से छोटी संख्या बताओ जिसे किसी विषम संख्या से घटाने पर शेषफल सम संख्या हो जाती है।
(५) ६१ और ९१ के बीच की सभी सम संख्याएँ लिखो।
(६) ७० और ९० के बीच की सभी विषम संख्याएँ लिखो।

गुणन खण्ड :

देखो

३ X २=६		६ X ३=१८	
६, ३ और २ का अपवर्त्य है।	३ और २, ६ के गुणनखण्ड हैं।	१८, ६ और ३ का अपवर्त्य है।	६ और ३, १८ के गुणनखण्ड हैं।

४ X ६=२४		७ X ५=३५	
२४, ४ और ६ का अपवर्त्य है।	४ और ६, २४ के गुणनखण्ड हैं।	३५, ७ और ५ का अपवर्त्य है।	७ और ५, ३५ के गुणनखण्ड हैं।

४ और १०, ४० के गुणनखण्ड हैं, क्योंकि ४ X १०=४०
८ और ५, ४० के गुणनखण्ड हैं, क्योंकि ८ X ५=४०
९ और ५, ४५ के गुणनखण्ड हैं, क्योंकि ९ X ५=४५

इसी प्रकार

२, ३ और ५, ३० के गुणनखण्ड हैं, क्योंकि २ X ३ X ५=३०
३, ४ और ७, ८४ के गुणनखण्ड हैं, क्योंकि ३ X ४ X ७=८४
२, ५ और ६, ६० के गुणनखण्ड हैं, क्योंकि २ X ५ X ६=६०

दो या दो से अधिक संख्याओं को गुणा करने से प्राप्त गुणनफल, गुणित संख्याओं में से प्रत्येक का अपवर्त्य तथा गुणित प्रत्येक संख्या, प्राप्त गुणनफल का गुणनखण्ड होती है।

अभ्यास - १४

(१) खाली जगह भरो:-

(क) ४ X ८=३२ : ४ और ८, ३२ के .... हैं।

(ख) ६ X ७=४२ : ६ और ७, ४२ के .... हैं।

(ग) ३ X ७=२१ : -- और --, -- के गुणनखण्ड हैं।

(घ) ७ X ८=५६ : -- और --, -- के गुणनखण्ड हैं।

(ङ) ८ X ९=७२ : -- और --, -- के गुणनखण्ड हैं।

(च) ५ X ८=४० : -- और --, -- के गुणनखण्ड हैं।

(छ) २ X ४ X ३=२४ : २, ४ और ३, २४ के .... हैं।

(ज) ३ X ५ X २=३० : -- -- और --, -- के गुणनखण्ड हैं।

(२) निम्नलिखित संख्याओं में से प्रत्येक के दो गुणनफल लिखो।

(क) १२ (ख) ४४ (ग) ६३ (घ) ८१ (ङ) ९२

विभाज्य संख्याएँ

देखो, भाग के प्रश्नों में कभी-कभी शेषफल शून्य आता है और कभी नहीं, जैसे

३) २१ (७	८) ७३ (९	६) ४२ (७	९) ७१ (७	८) ८ (१
२१	७२	४२	६३	८
०	१	०	८	०

अतः

२१, ३ से विभाज्य संख्या है।

७३, ८ से विभाज्य नहीं है।

४२, ६ से विभाज्य है।

७१, ९ से विभाज्य नहीं है।

८, ८ से विभाज्य है।

एक संख्या दूसरी सख्या से विभाज्य तब होती है, जब पहल
संख्या में दूसरी संख्या से भाग देने पर शेषफल शून्य हो।

पुनः

एक संख्या दूसरी संख्या का गुणन खण्ड तब होती है जब दूस
संख्या पहली संख्या से विभाज्य हो।

```
    ५              ३
३ ) १५          ९ ) २७
    १५              २७
    ०               ०
```

१५, ३ से विभाज्य है।   २७, ९ से विभाज्य है।

३, १५ का गुणनखण्ड है।   ९, २७ का गुणनखण्ड है।

```
    ६
४ ) २७
    २४
     ३
```

२७, ४ से विभाज्य नहीं है।

या

४, २७ का गुणनखण्ड नहीं है।

अब निम्नांकित प्रश्नों का उत्तर दो।

(१) क्या ८, ७१ का गुणनखण्ड है?

(२) क्या ९, ८१ का गुणनखण्ड है?

(३) क्या ५, ४१ का गुणनखण्ड है?

(४) क्या १०, ९१ का गुणनखण्ड है?

हम जानते हैं कि

(१) ६३ का एक गुणनखण्ड ७ है।   ७ x ९=६३

६३ का दूसरा गुणनखण्ड क्या है?

(२) १८ का एक गुणनखण्ड ६ है। ६ X ३ = १८

१८ का दूसरा गुणनखण्ड क्या है?

(३) ८० का एक गुणनखण्ड ८ है। ८ X १० = ८०

८० का दूसरा गुणनखण्ड क्या है?

अब हम किसी संख्या के सभी गुणनखण्ड ज्ञात करना सीखेंगे। संख्या ९ पर विचार करो।

९ के गुणनखण्ड १, ३ और ९ हैं, क्योंकि

```
   ९          ३          १
१ ) ९      ३ ) ९      ९ ) ९
    ९          ९          ९
    ०          ०          ०
```

अन्य कोई संख्या ९ का गुणनखण्ड नहीं है।

किसी संख्या के सभी गुणनखण्डों को ज्ञात करने के लिये हम संख्या में १, २, ३, ४, ५, ६, ... से भाग देते हैं।

३२ के सभी गुणनखण्ड ज्ञात करने की एक विधि नीचे दी जाती है।

```
   ३२          १६          १०           ८           ६
१ ) ३२      २ ) ३२      ३ ) ३२      ४ ) ३२.     ५ ) ३२
    ३२          ३२          ३०          ३२          ३०
     ०           ०           २           ०           २

    ५           ४           ४
६ ) ३२      ७ ) ३२      ८ ) ३२
    ३०          २८          ३२
     २           ४           ०
```

३२ के गुणनफल १ और ३२ हैं।

३२ के गुणनफल २ और १६ हैं।

३२ के गुणनफल ४ और ८ हैं।

इस प्रकार ३२ के गुणनफल १, २, ४, ८, १६ और ३२ हैं।

दूसरी विधि

३२ के सभी गुणनखण्ड जोड़ों की सूची बनाओ।

१ X ३२ = ३२

२ X १६ = ३२

४ X ८ = ३२

८ X ४ = ३२

१६ X २ = ३२

३२ X १ = ३२

इस प्रकार ३२ के ३ जोड़े गुणनखण्ड हैं।

३२ के गुणनखण्डों के जोड़े : १ और ३२, २ और १६ और
१ और ८ हैं।

इस प्रकार ३२ के सभी गुणनखण्ड १, २, ४, ८, १६ और
२ हैं।

अभ्यास १५

१) क्या पहली संख्या दूसरी संख्या से विभाज्य है ?

(क) ४२, ५ (ख) ७२, ६ (ग) ६४, ८ (घ) ४७, ४

२) निम्नलिखित में कौन कौन १२ के गुणनखण्ड नहीं हैं ?

१, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, १२

३) प्रत्येक के सभी गुणनखण्ड ज्ञात करो।

(क) ६ (ख) १८ (ग) २१ (घ) ३६ (ङ) ३०

अभाज्य और भाज्य संख्याएँ :

निम्नलिखित सारिणी को देखो

संख्या	गुणनखण्ड
१	१
२	१, २
३	१, ३
४	१, २, ४,
५	१, ५
६	१, २, ३, ६
७	१, ७
८	१, २, ४, ८
९	१, ३, ९
१०	१, २, ५, १०
११	१, ११
१२	१, २, ३, ४, ६, १२
१३	१, १३
१४	१, २, ७, १४
१५	१, ३, ५, १५
१६	२, ४, ८, १६
१७	१, १७

रेखांकित पंक्तियों को देखने से स्पष्ट है कि संख्याओं २, ५, ७, ११, १३, १७ ..... के केवल दो गुणनखण्ड हैं।

केवल दो (एक और स्वयं) गुणनखण्ड रखने वाली संख्याओं को अभाज्य संख्याएँ कहते हैं।

संख्याएँ ४, ६, ८, १०, १२ ...... ऐसी हैं कि इनके तीन या तीन से अधिक गुणनखण्ड हैं।

तीन या तीन से अधिक गुणनखण्ड रखने वाली संख्याओं को भाज्य अथवा यौगिक संख्याएँ कहते हैं।

१ के केवल एक ही गुणनखण्ड है। इस प्रकार १ न तो अभाज्य और न भाज्य संख्या है।

१ से ५० तक की संख्याओं को ५ पंक्तियों में निम्नांकित ढंग लिखा गया है।

	२	३	४	५	६	७	८	९	१०
१	१२	१३	१४	१५	१६	१७	१८	१९	२०
१	२२	२३	२४	२५	२६	२७	२८	२९	३०
१	३२	३३	३४	३५	३६	३७	३८	३९	४०
१	४२	४३	४४	४५	४६	४७	४८	४९	५०

निम्नलिखित क्रियाएँ करो।

१ को काट दो

२ को छोड़कर २ के अन्य सभी अपवर्त्यों को काट दो।

३ को छोड़कर ३ के अन्य सभी अपवर्त्यों को काट दो।

५ को छोड़कर ५ के अन्य सभी अपवर्त्यों को काट दो।

७ को छोड़कर ७ के अन्य सभी अपवर्त्यों को काट दो।

इस प्रकार प्राप्त २, ३, ५, ७, ११, १३, १७, १९, २३, २९, ३१, ३७, ४१, ४३ और ४७ उपर्युक्त सारिणी में १ से ५० के बीच की रूढ़ि संख्याएँ हैं। ऊपर बतलाई गयी विधि से १ से १०० तक के बीच की अभाज्य संख्याएँ ज्ञात करो।

स्मरण रखो

(१) २ मात्र एक संख्या है जो सम तथा अभाज्य है।
(२) सबसे छोटी अभाज्य संख्या २ है।

उदाहरण ५

क्या २३ अभाज्य संख्या है?

हल- २३ के केवल दो गुणनखण्ड १ और २३ हैं।

अत: २३ अभाज्य संख्या है।

उदाहरण ६

क्या १५ अभाज्य संख्या है?

हल- १५ के गुणनखण्ड १ और १५ हैं।
१५ के गुणनखण्ड ३ और ५ हैं।

इस प्रकार १५ के गुणनखण्ड १, ३, ५, १५ हैं जो दो से अधिक है
अत: १५ अभाज्य नहीं है।

अभ्यास १६

(१) निम्नलिखित में कौन-कौन अभाज्य संख्याएँ हैं?

१३	१७	१९	२१	२३
२७	२९	३२	२८	३१

(२) निम्नांकित में कौन-कौन भाज्य संख्याएँ हैं।

३	६	४	७	५
९	११	१२	१३	१७

(३) निम्नांकित के किन्हीं चार अपवर्त्यों को लिखो।
(क) ८ (ख) १० (ग) १२ (घ) १५

(४) निम्नांकित में से किस का अपवर्त्य ७८ है?
(क) ६ (ख) ९ (ग) १२ (घ) १३

(५) निम्नांकित में किस किस का गुणनखण्ड ५ है?
(क) ३० (ख) २४ (ग) २५ (घ) १५

(६) निम्नांकित के सभी गुणनखण्ड लिखो।

(क) ६ (ख) १२ (ग) २० (घ) ३२ (च) ३४

(७) निम्नांकित संख्याओं के बीच की सभी सम संख्याएँ लिखो।

(क) १३ से ४३ तक (ख) १९ से ३९ तक

(८) १ से २५ के बीच की सभी भाज्य संख्याएँ लिखो।

(९) निम्नांकित से छोटी परन्तु सबसे बड़ी अभाज्य संख्या लिखो।

(क) १० (ख) २० (ग) ४० (घ) ६५

(१०) क्या निम्नांकित कथन सत्य है ?

(क) १२ x ६ = ७२, ७२, ६ का अपवर्त्य है।

(ख) ३४ के १ और स्वयं ३४ केवल दो गुणनखण्ड हैं।

(ग) १ न्यूनतम अभाज्य संख्या है।

(घ) सभी अभाज्य संख्याएँ विषम भी हैं।

(च) सभी सम संख्याएँ यौगिक भी हैं।

(छ) २ यौगिक संख्या है।

(११) खाली जगह भरो।

(क) .... के अतिरिक्त सभी अभाज्य संख्याएँ विषम हैं।

(ख) प्रत्येक संख्या का एक गुणनखण्ड .... है।

(ग) प्रत्येक अभाज्य संख्या के केवल .... गुणनखण्ड होते हैं।

(घ) केवल .... ऐसी संख्या है, जो न तो अभाज्य है और न यौगिक।

(ङ) प्रत्येक संख्या .... अपना एक गुणनखण्ड होती है।

(च) ६ के गुणनखण्ड १, २, ३ और ६ हैं, अतः ६ .... संख्या है।

(१२) वह संख्या बताओ जो सभी संख्याओं का एक गुणनखण्ड है।

इकाई - ९

सम अपवर्तक और सम अपवर्त्य

सम अपवर्तक

(१) दो संख्याओं ४ और ६ पर विचार करो ।

४ के गुणनखण्ड --------- १, २, ४

६ के गुणनखण्ड --------- १, २, ३, ६

४ और ६ के सार्व गुणनखण्ड ---------- १, २

(२) यदि संख्याएँ १२ और १८ हैं तो

१२ के गुणनखण्ड ------ १, २, ३, ४, ६, १२

१८ के गुणनखण्ड ------- १, २, ३, ६, ९, १८

१२ और १८ के सार्व गुणनखण्ड ------- १, २, ३, ६

(३) पुनः यदि संख्याएँ ९ और १६ हैं तो

९ के गुणनखण्ड -------- १, ३, ९

१६ के गुणनणखण्ड ------- १, २, ४, ८, १६

९ और १६ के सार्व गुणनखण्ड -------- □□

(४) अब यदि संख्याएँ ३० और ४२ हैं, तो

३० के गुणनखण्ड -------- १, २, ३, ५, १५, ३०

४२ के गुणनखण्ड ----- १, २, ३, ६, ७, १४, २१, ४२

३० और ४२ के सार्व गुणनखण्ड -------- १, २, ३, ६

(५) तीन संख्याएँ १५, १८, और २१ पर विचार करें ।

१५ के गुणनखण्ड ------ १, ३, ५, १५

१८ के गुणनखण्ड ------ १, २, ३, ६, ९, १८

और २१ के गुणनखण्ड ------ १, ३, ७, २१

१५, १८ और २१ के सार्व गुणनखण्ड ------ १, ३

देखो

(क) प्रत्येक संख्या का एक गुणनखण्ड १ है।

(ख) अतः १ सभी संख्याओं के सार्व गुणनखण्डों में से एक है।

(ग) दो या दो से अधिक संख्याओं के सार्व गुणनखण्डों में संख्याओं की संख्या एक या एक से अधिक होती है।

दो या दो से अधिक संख्याओं के सार्व गुणनखण्डों को उन संख्याओं का सम अपवर्तक कहते हैं। इन्हें मिलाकर एक शब्द समापवर्तक बनता है।

जिन दो संख्याओं के सम अपवर्तक मे केवल संख्या १ हो, उन्हें सह अभाज्य कहते हैं।

उदाहरण :

९ और १६ सह अभाज्य हैं।

२ और ३ सह अभाज्य हैं।

११ और १३ सह अभाज्य हैं।

परन्तु १५ और १८ सह अभाज्य नहीं हैं।

क्योंकि १५ और १८ के सम अपवर्तक १, ३ हैं।

१५ और १८ के सम अपवर्तकों में ३ सबसे बड़ा है अतः ३ को १५ और १८ का महत्तम समापवर्तक कहते हैं।

महत्तम समापवर्तक को संक्षेप में म०स० भी कहते हैं।

अब हम दो संख्याओं ३६ और ५४ का म०स० ज्ञात करने का ढंग सीखते हैं।

३६ के गुणनखण्ड --- १, २, ३, ४, ६, १२, १८, ३६

५४ के गुणनखण्ड --- १, २, ३, ६, ९. १८, २७, ५४

हम जानते हैं कि किसी संख्या के गुणनखण्ड को उसका अपवर्तक भी कहते हैं।

इस प्रकार ३६ और ५४ के सम अपवर्तक १, २, ३, ६, ९, १८ हैं।

इन समापवर्तकों में १८ सबसे बड़ा अर्थात् महत्तम है। इस प्रकार ३६ और ५४ का महत्तम समापवर्तक अर्थात् म.स. १८ है।

दो से अधिक संख्याओं का म.स. ज्ञात करने के लिए हम उपर्युक्त विधि का प्रयोग करते हैं। उदाहरणतः यदि हमें ४९, ५६ और ६३ का म.स. ज्ञात करना है तो हम निम्नांकित क्रियाएँ करेंगे।

४९ के अपवर्तक ---- १, ७, ४९

५६ के अपवर्तक ---- १, २, ४, ७, ८, १४, २८, ५६

६३ के अपवर्तक ---- १, ३, ७, ९, २१, ६३

इस प्रकार ४९, ५६ और ६३ के समापवर्तक १, ७

४९, ५६ और ६३ के समापवर्तकों में ७ महत्तम हैं।

अतः ४९, ५६ और ६३ का म० स० ७ है।

देखो

दो या दो से अधिक संख्याओं का म० स० वह बड़ी से बड़ी संख्या है, जो सभी संख्याओं का अपवर्तक अथवा गुणनखण्ड हो।

अभ्यास १७

(१) निम्नांकित प्रत्येक में दो दी गयी संख्याओं के सम अपवर्तक ज्ञात करो।

(क) ९ और १५ (ख) २४ और ४० (ग) ३० और ५०

(घ) ३० और ५० (ङ) १७ और २७ (च) १२ और १६

(छ) ५ और १५

(२) निम्नांकित संख्याओं के जोड़ो में से कौन सह अभाज्य हैं।

(क) ५, ९ (ख) ८, १७ (ग) १८, २७

(घ) २१, ३१ (ङ) ११, २२ (च) ९९, १००

(छ) २८, ३० (छ) ५५, ६३ (ज) १६, ६१

निम्नलिखित संख्याओं का म०स० ज्ञात करो।

) १८, २४ (ख) ५२, ६५ (ग) १२, १८

३६, ३२ (च) ५१, ८५ (छ) ९२, ११५

निम्नांकित संख्याओं का म०स० ज्ञात करो।

६, ९, १२ (ख) १४, २१, ३५ (ग) १८, ७२, २७

५५, ४०, ८८ (च) ५४, ९०, १०८ (छ) ६२, ९३, १२४

रस्सी के दो टुकड़ों की लम्बाइयाँ ३० मी और २५ मी हैं। उस बड़े से बड़े टुकड़े की लम्बाई ज्ञात करो जो उन दोनों टुकड़ों से पूरे- पूरे काटे जा सकेंगे।

तीन बाल्टियों में १२ लीटर, १८ लीटर और २० लीटर दूध है। उस बड़े से बड़े पैमाने की नाप बतायें जिससे तीनों बाल्टियों का दूध पूरा-पूरा नापा जा सके।

अपवर्त्य

दो संख्याओं ४ और ६ पर विचार करो।

४ के अपवर्त्य ----- ४, ८, १२, १६, २०, २४, ...।

६ के अपवर्त्य ----- ६, १२, १८, २४, ३०, ...।

४ और ६ के अपवर्त्य ----- १२, २४, ३६, ...।

इन सम अपवर्त्यों में १२ सबसे छोटा है इसलिये ४ और ६ का लघुत्तम समापवर्त्य ----- १२

संख्याओं ४ और १२ पर विचार करो।

४ के अपवर्त्य --- (४, ८, १२, १६, २०, २४,...)

६ के अपवर्त्य --- (६, १२, १८, २४,...)

८ के अपवर्त्य --- (८, १६, २४, ३२, ४०,...)

४, ६ और ८ के सम अपवर्त्य --- (२४, ४८, ७२,...)

४, ६ और ८ का लघुत्तम सम अपवर्त्य --- २४

हम क्या देखते हैं ?

हम देखते हैं कि दो या दो से अधिक संख्याओं का लघुत्तम सम अपवर्त्य वह छोटी से छोटी संख्या है, जो उन सभी संख्याओं से विभाज्य है। सम अपवर्त्य को मिला कर समापवर्त्य लिखते हैं। इस प्रकार लघुत्तम सम अपवर्त्य के स्थान पर लघुत्तम समापवर्त्य लिखते हैं। संक्षेप में लघुत्तम सम अपवर्त्य को ल०स० भी कहते हैं।

निम्नलिखित में से प्रत्येक जोड़े का ल०स० ज्ञात करो।

(क) ५, १० (ख) ७, २१

(ग) १५ और ३० (घ) ६ और २४

तुम पाओगे कि

५ और १० का ल०स० १० है।

७ और २१ का ल०स० २१ है।

१५ और ३० का ल०स० ३० है।

६ और २४ का ल०स० २४ है।

क्या उपर्युक्त संख्याओं के जोड़े में कोई सम्बन्ध है ?

हाँ, बड़ी संख्या छोटी संख्या का अपवर्त्य है।

क्या प्रत्येक जोड़े के ल०स० का उस जोड़े की संख्याओं से कोई सम्बन्ध है ?

हाँ, प्रत्येक संख्या की बड़ी संख्या ही उस जोड़े की संख्याओं का ल०स० है।

यदि दो संख्याओं में से एक दूसरी संख्या का अपवर्त्य हो, तो उनमें से बड़ी संख्या ही उन दोनों का ल०स० होगा।

बताओ

४ और ४, का ल०स० क्या है ?

६ और ६ का ल०स० क्या है ?

अब हम निम्नांकित संख्याओं के जोड़े लेते हैं। पुनः प्रत्येक जोड़े की संख्याओं का ल॰स॰ ज्ञात करते हैं।

(क) २, ३ (ख) ५, ७ (ग) ७, ९ (घ) ८, १५

तुम पाओगे कि

२ और ३ का ल॰स॰ ६ है।
५ और ७ का ल॰स॰ ३५ है।
७ और ९ का ल॰स॰ ६३ है।
८ और १५ का ल॰स॰ १२० है।

क्या प्रत्येक जोड़े की संख्याओं में कोई सम्बन्ध है ?
हाँ, प्रत्येक जोड़े की संख्याएँ सह अभाज्य हैं।

क्या प्रत्येक जोड़े की संख्याओं के ल० स० और संख्याओं में कोई सम्बन्ध है? हाँ, प्रत्येक जोड़े का ल० स० जोड़े की दोनों संख्याओं का गुणन फल है।

यदि दो संख्याएँ सह अभाज्य हैं, तो उनका ल॰स॰ उन संख्याओं का गुणनफल होता है।

संक्षिप्त विधि

अब हम दो या दो से अधिक संख्याओं का शीघ्रता से ल॰स॰ ज्ञात करने की विधि सीखेंगे।

(1) यदि ६ और ८ का ल॰स॰ ज्ञात करना है, तो निम्न क्रियाएँ करो।

(क) बड़ी संख्या ८ के सभी अपवर्त्यों की सूची बनाओ
८ के सभी अपवर्त्य --- (८, १६, २४, ३२, ४०...)

(ख) ८ के अपवर्त्यों में वह छोटी से छोटी संख्या चुनो जो दूसरी संख्या अर्थात् ६ का भी अपवर्त्य हो।
८ के अपवर्त्यों में २४ सबसे छोटी संख्या है जो ६ का भी अपवर्त्य है।

अत: ६ और ८ का ल०स० २४ है।

(२) अब हम संक्षिप्त विधि से ४, ६ और १८ का ल०स० ज्ञात करते हैं। निम्नलिखित क्रियाएँ करो।

(क) सबसे बड़ी संख्या १८ के सभी अपवर्त्यों की सूची बनाओ।
१८ के अपवर्त्य --- (१८, ३६, ५४, ७२,...) हैं।

(ख) इन अपवर्त्यों में से सबसे छोटा अपवर्त्य ३६ है, जो ४ तथा ६ का अपवर्त्य है।
अत: ४, ६ और १८ का ल०स० ३६ है।

अभ्यास - १८

(१) संख्याओं के अपवर्त्यों की सूची बनाकर निम्नांकित संख्याओं का ल०स० ज्ञात करो।

(क) २ और ३ (ख) १ और ६ (ग) १० और १५
(घ) ३ और ४ (च) ८ और १२ (छ) ९ और ६
(ज) ४ और ९ (झ) २ और १० (ट) ३ और ७
(ठ) ६ और १५ (ड) ८ और ६ (ढ) १५ और ९

(२) संक्षिप्त विधि से निम्नलिखित संख्याओं का ल०स० ज्ञात करो।

(क) ३ और ५ (ख) ४ और ६ (ग) २, ५ और ६
(घ) ४, ६ और १० (च) ४, ५ और ६ (छ) ३, ६ और ९

अभाज्य गुणनखण्ड ज्ञात करना :

देखो ३२ के गुणनखण्ड करने की कई विधियाँ नीचे दी गयी हैं।

उपर्युक्त में किसके सभी गुणनखण्ड अभाज्य हैं ?

अन्तिम अर्थात् ३२ = २×२×२×२×२ में सभी गुणनखण्ड अभाज्य हैं। पुनः देखो ४२ के गुणनखण्ड निम्नांकित प्रकार से किये जा सकते हैं

बताओ कि किसमें सभी गुणनखण्ड अभाज्य हैं ?

अन्तिम अर्थात् ४२ = २×३×७ में सभी गुणनखण्ड अभाज्य हैं।

गुणनखण्ड की वह विधि, जिसमें सभी गुणनखण्ड अभाज्य संख्याएँ होती हैं, उसे अभाज्य गुणनखण्ड ज्ञात करने की विधि कहते हैं।

नीचे १८, २७ और ४५ के गुणनखण्ड किये गये हैं।

१८ = २×९	२७ = ३×९	४५ = ३×१५
१८ = २×३×३	२७ = ३×३×३	४५ = ३×३×५
१८ = ३×६	२७ = १×२७	४५ = ९×५

क्या तुम १८, २७ और ४५ के अभाज्य गुणनखण्ड प्राप्त कर सकते हो ?

हाँ	१८ के अभाज्य गुणनखण्ड	२X३X३
	२७ के अभाज्य गुणनखण्ड	३X३X३
	४५ के अभाज्य गुणनखण्ड	३X३X५

गुणनखण्ड-वृक्ष

अब हम गुणनखण्ड वृक्ष की सहायता से अभाज्य गुणनखण्ड ज्ञात करना सीखेंगे।

संख्या ३०, ४२ पर विचार करो।

(१) क्या ३० विभाज्य संख्या है ?

हाँ

३० में २ का भाग दो। हम ३० के गुणनखण्डों की एक जोड़ी २ और १५ पाते हैं।

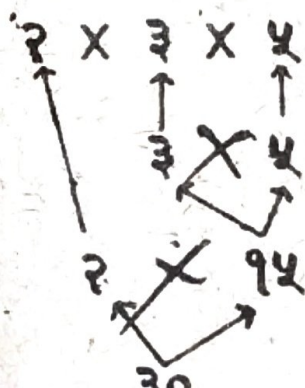
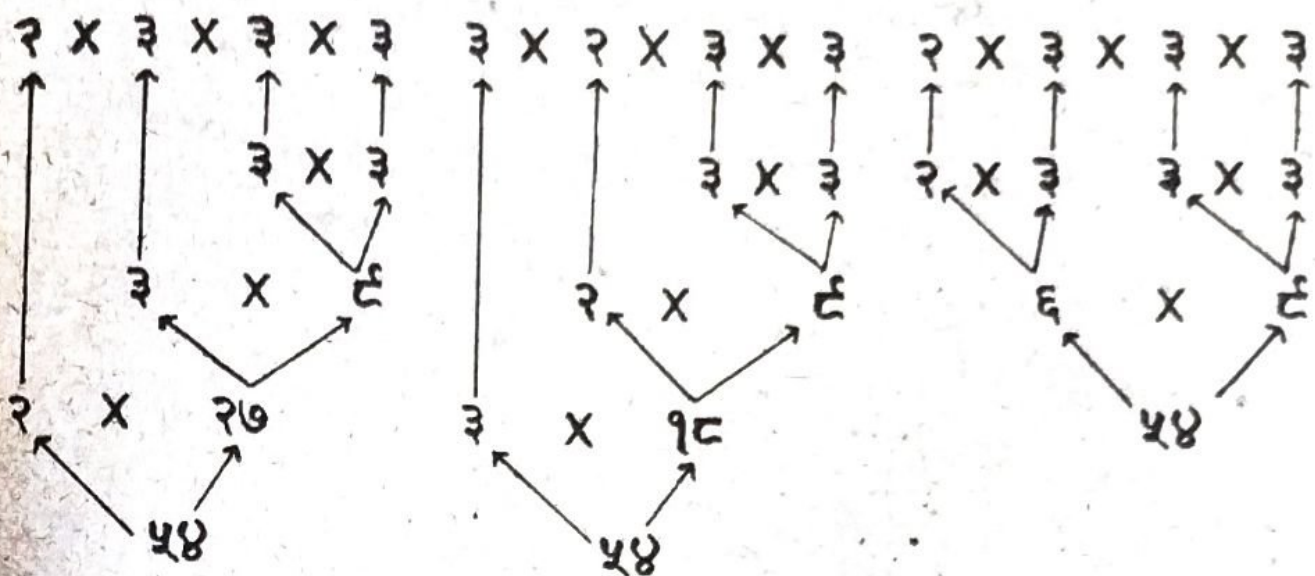
(२) क्या ३० के गुणनखण्डों की जोड़ी २ और १५ में दोनों अभाज्य हैं?

नहीं

१५ में ३ का भाग दो। हम १५ के गुणनखण्डों की जोड़ी ३ और ५ पाते हैं।

(३) क्या ३० के सभी गुणनखड २, ३ और ५ अभाज्य हैं?

हाँ

३० के गुणनखण्डों का गुणनखण्ड-वृक्ष निम्नांकित है।

निम्नलिखित गुणनखण्ड वृक्षों को देखो।

तुम क्या देखते हो ?

हम देखते हैं कि चाहे जैसे आरम्भ करें दी गयी संख्या के गुणनखण्ड प्रत्येक दशा में समान ही मिलते हैं।

अभ्यास- १९

(१) निम्नलिखित में २८ के अभाज्य गुणनखण्ड क्या हैं ?

(क) ४X७ (ख) २X२X७ (ग) २X१४ (घ) १X२८

(२) हाँ या नहीं में उत्तर दो।

(क) ३६ के अभाज्य गुणनखण्ड ९X४ हैं।

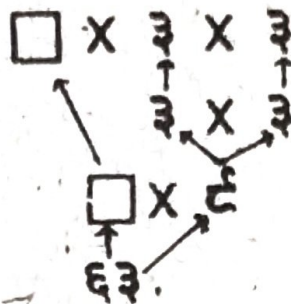
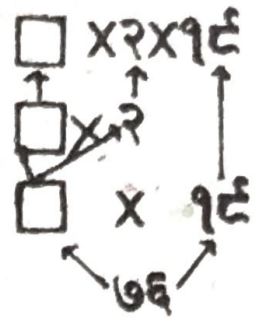
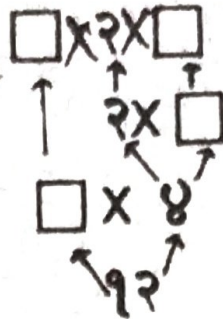
(ख) ६२ के अभाज्य गुणनखण्ड २X३१ हैं।

(ग) २४ के अभाज्य गुणनखण्ड २X२X६ है।

(घ) ७० के अभाज्य गुणनखण्ड २X५X७ हैं।

(३) निम्नांकित के अभाज्य गुणनखण्ड करो।

(क) २१ (ख) ७२ (ग) ८८ (घ) १२०

(४) निम्नांकित गुणनखण्ड वृक्षों में खाली जगह भरो।

(५) गुणनखण्ड वृक्ष खींच कर निम्नलिखित के अभाज्य गुणनखण्ड करो।

(क) २० (ख) ७२ (ग) २५ (घ) १८ (ङ) ५२

अभाज्य गुणनखण्ड विधि से ल०स० ज्ञात करना

अब हम अभाज्य गुणनखण्ड ज्ञात करने की एक अन्य विधि सीखेंगे। यह विधि भाग विधि कहलाती है।

(१) यदि संख्या ७२ है, तो बताओ
क्या ७२ भाज्य संख्या है? हाँ

(२) ७२ क्या २ से विभाज्य है ? हाँ
७२ में दो से भाग देने पर ३६ भागफल मिलता है।
३६ भी विभाज्य है। ३६ क्या २ से विभाज्य है ? हाँ
३६ में २ से भाग देने पर भागफल १८ मिलता है।
१८ भी विभाज्य है। १८ में २ से भाग देने पर ९ भागफ
मिलता है।

९ क्या विभाज्य है? हाँ
९ क्या २ से विभाज्य है? नहीं
९ क्या ३ से विभाज्य है? हाँ
९ में ३ से भाग देने पर भागफल ३
मिलता है जो अभाज्य है।

२ | ७२
२ | ३६
२ | १८
३ | ९
३ अभाज्य है।

इस प्रकार ७२ के अभाज्य गुणनखण्ड २×२×२×३×३ हैं।

(२) पुन: ६३ पर विचार करो।
६३ भी विभाज्य है।
६३ क्या २ से विभाज्य है? नहीं
६३ क्या ३ से विभाज्य है? हाँ

३ | ६३
३ | २१
७ अभाज्य

६३ में ३ से भाग देने पर २१ भागफल मिलता है।
२१ में ३ से पुन: भाग देने पर ७ भागफल मिलता है।
७ अभाज्य है।
अत: ६३ के अभाज्य गुणनखण्ड ३×३×७ हैं।

नीचे भाग विधि से कुछ संख्याओं के अभाज्य गुणनखण्ड दिये गये हैं। इनका ध्यान से अध्ययन करो।

२ | ८४
२ | ४२
३ | २१
७ अभाज्य

२ | ९६
२ | ४८
२ | २४
२ | १२
२ | ६
३ अभाज्य

८४ = २×२×३×७

९६ = २×२×२×२×२×३

२	१४४
२	७२
२	३६
२	१८
३	९
	३ अभाज्य

१४४ = २ X २ X २ X २ X ३ X ३

इस प्रकार ८४ के अभाज्य गुणनखण्ड: २ X २ X ३ X ७

९६ के अभाज्य गुणनखण्ड: २ X २ X २ X २ X २ X ३

और १४४ के अभाज्य गुणनखण्ड: २ X २ X २ X २ X ३ X ३

संख्याओं के अभाज्य गुणनखण्डों की सहायता से भी ल.स. ज्ञात कर सकते हैं। जैसे

१८ के अभाज्य गुणनखण्ड : २ X ३ X ३

१५ के अभाज्य गुणनखण्ड : ३ X ५

१८ और १५ के ल०स० : २ X ३ X ३ X ५ = ९०

(१८ → २ X ३ X ३; १५ → ३ X ५)

ध्यान दो यहाँ २ X ३ X ३ X ५ में १८ और १५ दोनों के अभाज्य गुणनखण्ड सम्मिलित हैं। सावधानी बरतो कि गुणनखण्डों २ X ३ X ३ में अन्तिम गुणनखण्ड ३, १८ और १५ के गुणनखण्डों में सम्मिलित होने के कारण एक बार ही लिया जायेगा।

८ और १२ का ल.स. ज्ञात करो।

८ के अभाज्य गुणनखण्ड : २ X २ X २

१२ के अभाज्य गुणनखण्ड : २ X २ X ३

८ और १२ का ल.स. : २ X २ X २ X ३ = २४

(८ → २ X २ X २; १२ → २ X २ X ३)

१६ और २४ का ल.स. ज्ञात करो।

१६ के अभाज्य गुणनखण्ड   २ X २ X २ X २

२४ के अभाज्य गुणनखण्ड   २ X २ X २ X ३

१६ और २४ का ल.स.

८ और २७ के ल.स. ज्ञात करो।

८ के अभाज्य गुणनखण्ड :   २ X २ X २

२७ के अभाज्य गुणनखण्ड :   ३ X ३ X ३

८ और २७ का ल.स.   २ X २ X २ X ३ X ३ X ३ = ७२

(८)   (२७)

उदाहरण

३५ और ७५ का अभाज्य गुणनखण्डों की सहायता से ल.स. ज्ञात करो।

३५ के अभाज्य गुणनखण्ड :   ५ X ७

७५ के अभाज्य गुणनखण्ड :   ३ X ५ X ५

३५ और ७५ के ल.स.   ३ X ५ X ५ X ७ = ५२५

(७५)   (३५)

अभ्यास - २०

(१) भाग विधि से निम्नांकित संख्याओं के अभाज्य गुणनखण्ड ज्ञात करो।

(क) ७० (ख) ६५ (ग) ६० (घ) ११२

(२) अभाज्य गुणनखण्ड विधि से निम्नांकित का ल.स. ज्ञात करो।

(क) १० और १५ (ख) २४ और ३६ (ग) १२ और १६

(घ) १५ और २५ (च) १६ और २४ (छ) २५ और ३५

विविध अभ्यास

(१) निम्नांकित संख्याओं की प्रत्येक जोड़ी के समापवर्त्य लिखो।
(क) ७ और ८ (ख) ८ और १९ (ग) १२ और ९

(२) निम्नांकित में सह अभाज्य जोड़ी छाँटिए।
(क) १६ और १२ (ख) १७ और १३
(ग) २१ और ३६ (घ) ३५ और ३०

(३) प्रत्येक जोड़ी के प्रथम चार समापवर्त्य लिखो।
(क) ३ और १५ (ख) ६ और १० (ग) १५ और २०

(४) प्रत्येक में दी गई संख्याओं का ल.स. ज्ञात करो।
(क) ५,१० और २० (ख) २ और ७
(ग) ३,४ और ६ (घ) ४,८ और १६

(५) कौन सी संख्या किन्हीं दो संख्याओं का समापवर्तक है।

(६) गुणनखण्ड वृक्ष के प्रयोग से निम्नांकित का अभाज्य गुणनखण्ड ज्ञात करो।
(क) ५४ (ख) ३६ (ग) ४५

(७) भाग विधि से निम्नांकित का अभाज्य गुणनखण्ड ज्ञात करो।
(क) ९० (ख) ७२
(ग) ८० (घ) ६८

(८) अभाज्य गुणनखण्ड विधि से निम्नलिखित का ल.स. ज्ञात करो।
(क) ६ और १० (ख) ८ और ३० (ग) ५ और ९

१०, ५, २, ३ और ९ से विभाज्यता की जाँच

१० से विभाज्यता की जाँच

देखो

३० = ३x१० अत: ३०, १० से विभाज्य है।

७० = ७x१० अत: ७०, १० से विभाज्य है।

१२० = १२x१० अत: १२०, १० से विभाज्य है।

६३० = ६३x१० अत: ६३०, १० से विभाज्य है।

इस प्रकार ३०, ७०, १२०, ६३० सभी १० से विभाज्य हैं तथा इन सभी में इकाई का अंक ० है।

> ऐसी संख्याएं जिसमें इकाई के स्थान पर शून्य हों १० से विभाज्य होगी अर्थात् जिस संख्या में इकाई का अंक ० होता है वह १० से विभाज्य होती हैं।

५ से विभाज्यता

देखो

२५ = ५x५	२० = ४x५ = २x१०
८५ = १७x५	३० = ६x५ = ३x१०
१०५ = २१x५	८० = १६x५ = ८x१०
११५ = २३x५	११० = २२x५ = ११x१०

इस प्रकार २५, ८५, १०५ और ११५ सभी ५ से विभाज्य हैं। साथ ही २०, ३०, ८० और ११० जो १० से विभाज्य हैं, भी ५ से विभाज्य हैं।

इस प्रकार ५ से विभाज्य संख्याओं में इकाई का अंक ५ अथवा ० है।

५ से विभाज्य संख्याओं में इकाई का अंक ५ अथवा ० होता है।

२ से विभाज्यता

हम जानते हैं कि २ के अपवर्त्य

(२, ४, ६, ८, १०, १२, १४, १६, १८, २०, ...) हैं।

२ के सभी अपवर्त्य २ से विभाज्य हैं।

देखो इन सब में इकाई का अंक २, ४, ६, ८, या ० है।

२	१२	२२	३२	४२
४	१४	२४	३४	४४
६	१६	२६	३६	४६
८	१८	२८	३८	४८
१०	२०	३०	४०	५०

इस प्रकार हम देखते हैं कि २ से विभाज्य संख्याओं में इकाई का अंक २, ४, ६, ८ अथवा ० होता है।

> २ से विभाज्य संख्याओं में इकाई का अंक २, ४, ६, ८ अथवा ० होता है अर्थात् २ से विभाज्य संख्याओं के इकाई का अंक सम संख्यांक (२, ४, ६, ८) अथवा ० होता है।

३ से विभाज्यता

देखो ३ के अपवर्त्य ३, ६, ९, १२, १५, १८, २१, २४, २७, ३०, ३३, ३६, ३९, ४२, ४५, ४८, ५१, ...हैं।

३ के सभी अपवर्त्य ३ से विभाज्य हैं। इन सब में सभी स्थानों के अंकों का योगफल ३ से विभाज्य है।

पुनः देखो

५४३ में सभी स्थान के अंकों का योग = ५+४+३=१२

१२, ३ से विभाज्य है।

तथा ३ | ५४३ अतः ५४३, ३ से विभाज्य है।

१८१

९४५ में सभी स्थानों के अंकों का योग = ९+४+५=१८

१८, ३ से विभाज्य है।

तथा ३ | ६७२ अतः ६७२, ३ से विभाज्य है।

२२४

इस प्रकार हम देखते हैं कि ३ से विभाज्य संख्याओं में सभी स्थानों के अंकों का योगफल ३ से विभाज्य होता है।

३ से विभाज्य संख्याओं में सभी स्थानों के अंकों का योगफल ३ से विभाज्य होता है।

९ से विभाज्यता

देखो

९ के प्रथम १० अपवर्त्य (९, १८, २७, ३६, ५४,.....९०) इन सबमें प्रत्येक स्थान के अंकों का योगफल ९ है। इसके आगे के १० अपवर्त्य (९९, १०८, ११७, १२६,....१८०) हैं।

इनमें भी सभी स्थानों के अंकों का योगफल १८ अथवा ९ है।

पुनः देखो

६३९ में अंकों का योग ६+३+९=१८, जो ९ से विभाज्य है।

तथा ९ | ६३९ , ६३९, ९ से विभाज्य है।

७१

- में सभी स्थान के अंकों का योग= ८+१+९=१८

जो ९ से विभाज्य है।

तथा ९ | ८१९ , ८१९, ९ से विभाज्य है।

९१

पुनः ३५२८ में सभी स्थानों के अंकों का योग =३+५+२+८=१८

जो ९ से विभाज्य है।

तथा, ९ | ३५२८
३९२

इस प्रकार ३५२८, ९ से विभाज्य है।

९ से विभाज्य संख्याओं में सभी स्थानों के अंकों का योगफल ९ से विभाज्य होता है।

अभ्यास - २१

(१) १६० से १८० के बीच के दो से विभाज्य संख्याएँ बताओ।
(२) २५ से छोटी २ विभाज्य संख्याओं को लिखो।
(३) २० से छोटी ३ से विभाज्य संख्याएँ लिखो।
(४) २० से छोटे, २ तथा ३ के अपवर्त्यों को लिखो।
(५) ४० से छोटे, ५ के अपवर्त्यों को लिंखो।
(६) ३०० से ३३० के मध्य, ५ के अपवर्त्यों को लिखो।
(७) ५०० से ५५० के मध्य, १० के अपवर्त्यों को लिखो।
(८) १०० से छोटे, ९ के अपवर्त्यों की सूची बनाओ।
(९) १०० से छोटे, ११ के अपवर्त्यों की सूची बनाओ।
(१०) निम्नांकित संख्याओं का सम तथा विषम संख्याओं के आधार पर वर्गीकरण करो।
७, १२, ३१, ९४, ८१०, ७३१४, ८३२५, ६३, ७३०, ५१, ११७, ६७२, ८११
(११) २० से छोटी विषम संख्याएँ लिखो।
(१२) ६० से ८० के बीच की सभी सम संख्याएँ लिखो।
(१३) निम्नांकित प्रश्नों में उनके सम्मुख दी गयी संख्याओं से कौन-कौन विभाज्य हैं।
(क) ५३; ४१२, ६१७०, ९२७, ८१५६, ५१४, ७१, ३७८ को २ से।

(ख) ६८४, १०१७, ६६८९, ७३२६०, ९०६, ६५०७, ८१, ३२४ को ३ से।

(ग) ३७, १५६, ८०४, ९१५, १०३२, ५९४१२, ७३८४६ को ६ से।

(घ) ४०, १३५, १०१०, ६३२५, १९७६, ५६७८० को १० से।

(च) ८६, १६५, ९२०, ६८७, २०२५, १३९६०, ६२८७१ को ५ से।

(छ) १०८, ३२७, ३४२, ५६७, ८१३०, २९६१, ५७९८ को ९ से।

(१४) निम्नलिखित सारिणी को पूरा करो।

	६५४	९१०	८५२	७७१	३२२८	१६३३
२ से भाज्यता	हाँ					
३ से भाज्यता	हाँ					
५ से भाज्यता	नहीं					
१० से भाज्यता	नहीं					
९ से भाज्यता	नहीं					

इकाई - १०

भिन्न

शीला की माँ ने एक तरबूज को चार बराबर भागों में बाँटा। एक भाग शीला को दिया। कौन-सा भाग शीला को मिला ?

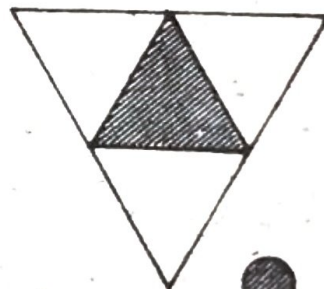
शीला को चार बराबर भागों में से एक भाग अर्थात् एक चौथाई भाग मिला। इस एक चौथाई भाग को $\frac{१}{४}$ लिखते हैं। और एक बटा चार पढ़ते हैं।

देखो : १, २, ३, ४, ५, ... पूर्णांक हैं और $\frac{१}{३}$, $\frac{३}{४}$, $\frac{२}{५}$, $\frac{५}{७}$ ..... भिन्न हैं। भिन्न $\frac{५}{८}$ में पड़ी रेखा के ऊपर की संख्या ५ को अंश और नीचे की संख्या ८ को हर कहते हैं।

उदाहरण

चित्र में छायांकित भाग = $\frac{१}{४}$

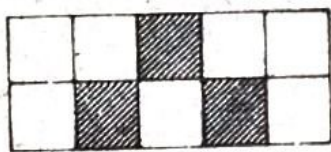
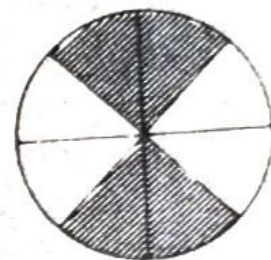
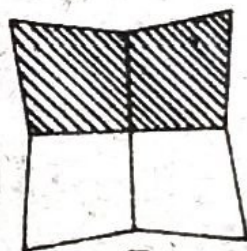
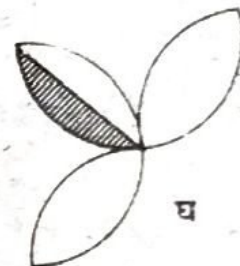
(२) चित्र में छायांकित गेंदों की संख्या

= कुल गेंदों की संख्या का $\frac{५}{९}$

(३) छः केलों का आधा = ६ केलों का $\frac{1}{2}$ = ३ केले

अभ्यास - २२

द्रुत मौखिक :

१. एक वृत्त के ८ बराबर भाग किये गये हैं। एक भाग पूरे वृत्त का कौन सा भाग है?

२. निम्नलिखित चित्रों में छायांकित भाग को भिन्न में लिखो।

क

ख

ग

घ

३. प्रत्येक समूह के छायांकित तथा बिना छायांकित भागों को भिन्न के रूप में लिखोः

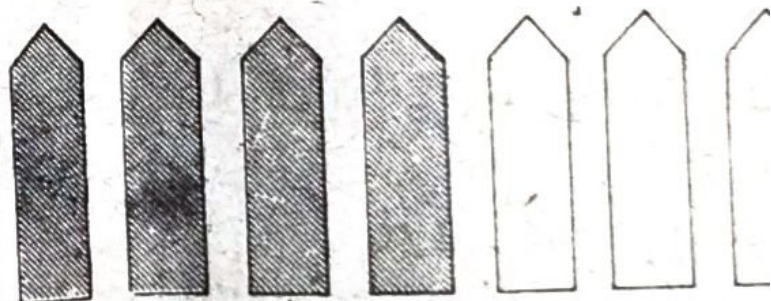
(क) (ख)

△ △ ▲ △ △

△ ▲ △ ▲ △

▲ △ △ △ ▲

△ ▲ △ ▲ △

△ △ ▲ △ △

४. निम्नलिखित में प्रत्येक को भिन्न के रूप में लिखो:

(क) चार-सातवाँ (ख) तीन-पाँचवाँ

(ग) पाँच-ग्यारहवाँ (घ) सात-तेरहवाँ

५. निम्नलिखित प्रत्येक भिन्न को शब्दों में बताओ:

(क) $\frac{२}{३}$ (ख) $\frac{३}{५}$ (ग) $\frac{४}{९}$ (घ) $\frac{७}{१०}$

६. रिक्त स्थान पूरा करो:

(क) $\frac{\square}{५} = १$ (ख) $\frac{\square}{७} = १$

७. भिन्न $\frac{२}{३}, \frac{४}{५}, \frac{७}{१२}, \frac{१}{२}$ के अंश बताओ।

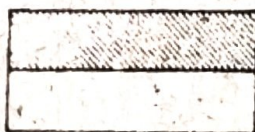
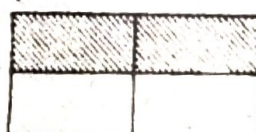
८. भिन्न $\frac{५}{६}, \frac{७}{११}, \frac{१३}{१९}, \frac{२}{१०}$ के हर बताओ।

लिखित :

९. २१ का $\frac{१}{३}$ कितना होगा ?

१०. संजय की क्यारी में ६ किग्रा आलू पैदा हुआ। श्यामा की क्यारी में इसका $\frac{४}{३}$। श्यामा की क्यारी में कितना आलू पैदा हुआ ?

समतुल्य भिन्न :

खो

क ख ग.

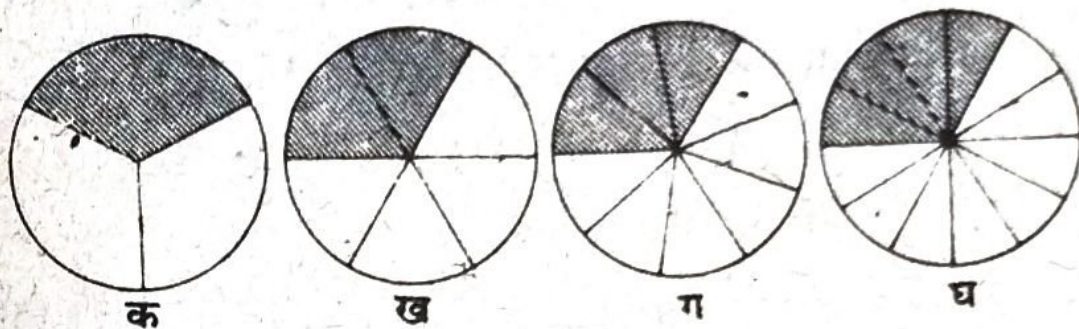
प्रत्येक बराबर आयत में छायांकित भाग है।

(क) $\frac{१}{२}$ (ख) $\frac{२}{४}$ (ग) $\frac{३}{६}$

चित्र में दिखाये गए छायांकित भाग बराबर हैं।

तः $\frac{१}{२} = \frac{२}{४} = \frac{३}{६} = \frac{४}{८}$ आदि

ये भिन्न एक ही भिन्न के विभिन्न रूप हैं।

देखो :

इस प्रकार $\frac{१}{३} = \frac{२}{६} = \frac{३}{९} = \frac{४}{१२} = \frac{५}{१५}$ आदि समतुल्य भिन्न हैं। इन सभी भिन्नों के मान समान होने के कारण इन्हें समतुल्य भिन्न कहते हैं।

संख्या एक को विभिन्न भिन्नों में निम्नलिखित ढंग से लिखा जा सकता है :-

$\frac{२}{२} = \frac{३}{३} = \frac{४}{४} = \frac{५}{५}$

अतः ये भिन्न भी समतुल्य भिन्न हैं।

समतुल्य भिन्नें प्राप्त करने की विधि

देखो

$\frac{१}{३}$ के अंश तथा हर में २ से $\frac{१}{३}$

गुणा करने पर $\frac{१ \times २}{३ \times २} = \frac{२}{६}$ $\frac{२}{६}$

अंश तथा हर को ३ से $\frac{३}{९}$

गुणा करने पर $\frac{१ \times ३}{३ \times ३} = \frac{३}{९}$

अंश तथा हर को ४ से

गुणा करने पर $\frac{१\times४}{३\times४} = \frac{४}{१२}$

किसी भिन्न के अंश और हर दोनों को एक ही संख्या से गुणा करने पर जो नये अंश और नये हर से बने दूसरे भिन्न प्राप्त होते हैं ये मान में पहले भिन्न के बराबर होते हैं। इन्हें समतुल्य भिन्न कहते हैं।

उदाहरण १ $\frac{१}{७}$ के समतुल्य भिन्नें बनाओ।

हल :

$$\frac{१\times२}{७\times२} = \frac{२}{१४}, \quad \frac{१\times३}{७\times३} = \frac{३}{२१}, \quad \frac{१\times४}{७\times४} = \frac{४}{२८}$$

भिन्न $\frac{२}{१४}, \frac{३}{२१}, \frac{४}{२८} \ldots$ आदि $\frac{१}{७}$ के समतुल्य भिन्नें हैं।

इसी प्रकार किसी भिन्न के समतुल्य भिन्नें उसके अंश और हर दोनों को एक ही संख्या से भाग देकर भी ज्ञात किया जा सकता है।

जैसे,

$$\frac{२}{४} = \frac{२ \div २}{४ \div २} = \frac{१}{२}, \quad \frac{३}{६} = \frac{३ \div ३}{६ \div ३} = \frac{१}{२}$$

$$\frac{४}{८} = \frac{४ \div २}{८ \div २} = \frac{२}{४} = \frac{२ \div २}{४ \div २} = \frac{१}{२}$$

स्पष्ट है यदि बड़े अंश एवं हर वाले भिन्न बनाना हो तो अंश और हर दोनों में शून्य के अतिरिक्त किसी संख्या से गुणा कर देते हैं और छोटे अंश एवं हर वाले भिन्न बनाना हो तो अंश और हर दोनों में किसी संख्या से भाग देते हैं।

उदाहरण २

भिन्न $\frac{५}{८}$ के समतुल्य १५ अंश वाले भिन्न को ज्ञात करो।

हल : हमें $\frac{५}{८} = \frac{१५}{\square}$ के रिक्त स्थान की पूर्ति करनी है।

चूँकि हमें ५ से बड़े १५ अंश वाली समतुल्य भिन्न ज्ञात करनी है अतः अंश और हर दोनों में किसी संख्या से गुणा करना है।

और १५ ÷ ५ = ३

$$\frac{५ \times ३}{९ \times ३} = \frac{१५}{२७}$$

या $\frac{५}{९} = \frac{१५}{२७}$ उत्तर

<u>उदाहरण ३</u>

$\frac{२४}{३२}$ के समतुल्य ४ हर वाली भिन्न ज्ञात करो।

हल $\frac{२४}{३२} = \frac{\square}{४}$ में रिक्त स्थान की पूर्ति करनी है।

चूँकि हमें ३२ से छोटे ४ हर वाले समतुल्य भिन्न ज्ञात करना है अतः अंश और हर दोनों में से किसी संख्या से भाग देना है।

और ३२ ÷ ४ = ८

अतः $\frac{२४ \div ८}{३२ \div ८} = \frac{३}{४}$

भिन्न का सरलतम रूप

देखो $\frac{१}{२} = \frac{२}{४} = \frac{३}{६} = \frac{५}{१०} = \ldots\ldots$

इन समतुल्य भिन्नों में $\frac{१}{२}$ ही सरलतम रूप है। यह सरलतम रूप इसलिए है कि इसका अंश १ और हर २, १ के अतिरिक्त अन्य किसी संख्या से विभाज्य नहीं है।

जैसे, भिन्न $\frac{१}{७}$, $\frac{७}{१३}$, $\frac{८}{१५}$ आदि प्रत्येक अपने सरलतम रूप में हैं।

<u>उदाहरण १</u>

भिन्न $\frac{३}{६}$ को सरलतम रूप में बदलो।

हल :

३ से अंश और हर में भाग देने पर

भिन्न $\frac{३}{६} = \frac{३ \div ३}{६ \div ३} = \frac{१}{२}$ उत्तर

उदाहरण २

भिन्न $\frac{३०}{३६}$ को सरलतम रूप में बदलो।

हल :

∵ ६ वह बड़ी से बड़ी संख्या है जिससे ३० तथा ३६ दोनों विभाज्य हैं।

∴ ६ से अंश और हर में भाग देने पर

भिन्न $\frac{३०}{३६} = \frac{३० \div ६}{३६ \div ६} = \frac{५}{६}$

देखो, किसी भिन्न के अंश और हर का म०स० वह बड़ी से बड़ी संख्या है जो उन्हें विभाजित करती है। अतः अंश और हर में उनके महत्तम समापवर्तक से भाग देकर भिन्न को सरलतम रूप में बदलते हैं।

अभ्यास - २३

१. रिक्त स्थानों को भरो :

(क) $\frac{१}{२} = \frac{\square}{६}$, (ख) $\frac{३}{५} = \frac{\square}{१०}$, (ग) $\frac{१०}{२५} = \frac{\square}{५}$

(घ) $\frac{६}{१२} = \frac{\square}{२}$, (ङ) $\frac{४}{४} = \frac{\square}{५}$, (च) $\frac{७}{७} = \frac{\square}{१}$,

(छ) $\frac{०}{६} = \frac{\square}{१२}$

२. रिक्त स्थानों को भरो :

(क) $\frac{३}{४} = \frac{८}{\square}$, (ख) $\frac{४}{७} = \frac{२०}{\square}$,

(ग) $\frac{४}{८} = \frac{१}{\square}$, (घ) $\frac{११}{११} = \frac{१}{\square}$

३. प्रत्येक के समतुल्य चार भिन्नों को लिखो।

(क) $\frac{१}{७}$, $\frac{२}{१४}$, $\frac{३}{२१}$, ...

(ख) $\frac{१}{१०}$, $\frac{२}{२०}$, $\frac{३}{३०}$, ...

लिखित:

४. प्रत्येक के प्रथम पाँच समतुल्य भिन्नों को लिखो :

(क) $\frac{१}{३}$, (ख) $\frac{३}{५}$, (ग) $\frac{५}{७}$

५. ८ अंश वाली $\frac{३२}{७२}$ के समतुल्य भिन्न लिखो।

६. निम्नलिखित भिन्नों में से कौन कौन सरलतम रूप में हैं ?

$\frac{१}{२४}$, $\frac{२}{१७}$, $\frac{१२}{२४}$, $\frac{१२}{३५}$, $\frac{९}{९}$, $\frac{१५}{४५}$

७. (क) आधे में कितने बारहवें होते हैं ?

(ख) तिहाई में कितने नौवें होते हैं ?

८. नीचे की भिन्नों में से किन-किन का सरलतम रूप $\frac{१}{२}$ हैं ?

$\frac{३}{६}$, $\frac{३}{८}$, $\frac{५}{१०}$, $\frac{६}{१२}$, $\frac{७}{१५}$, $\frac{८}{१६}$, $\frac{९}{१८}$, $\frac{१०}{२०}$

९. $\frac{१}{४}$ के बराबर पांच भिन्न लिखो।

१०. अंश और हर में २ का भाग देकर सरल रूप में बदलो:

$\frac{२}{४}$, $\frac{२}{६}$, $\frac{४}{६}$, $\frac{६}{८}$, $\frac{६}{१०}$, $\frac{८}{१०}$

११. नीचे के भिन्नों को सरल रूप में बदलो।

(क) $\frac{४}{८}$, $\frac{३}{१२}$, $\frac{६}{१२}$, $\frac{६}{१५}$, $\frac{५}{२०}$, $\frac{८}{१६}$, $\frac{४}{१२}$, $\frac{६}{१८}$

(ख) $\frac{८}{२४}$, $\frac{६}{२४}$, $\frac{६}{३०}$, $\frac{१०}{३०}$, $\frac{७}{२१}$, $\frac{९}{३६}$, $\frac{९}{२७}$, $\frac{१०}{३६}$

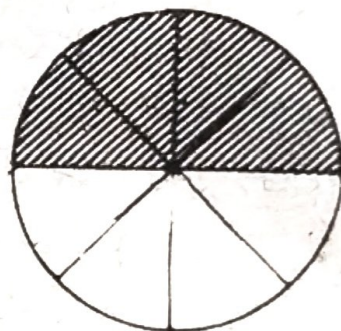
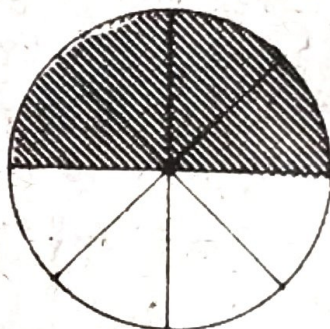
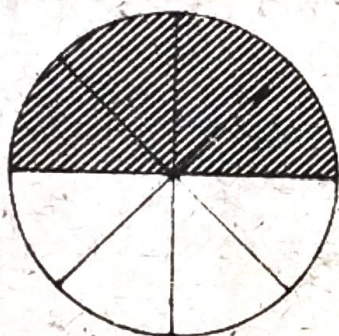
बड़ी और छोटी भिन्नें (क) समान हर वाले भिन्न

देखो :

आयत के पाँच बराबर भाग किये गये हैं। छायांकित भाग पूरे आयत का $\frac{३}{५}$ और शेष भाग $\frac{२}{५}$ है।

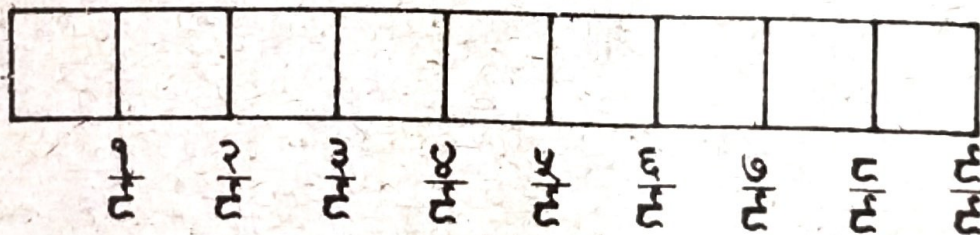
कौन-सा भाग बड़ा है? छायांकित अथवा अन्य।

चित्र से स्पष्ट है $\frac{३}{५} > \frac{२}{५}$

देखो :

ऊपर के सभी वृत्तों के छायांकित भाग बढ़ते हुए क्रम में $\frac{२}{८}$, $\frac{३}{८}$ तथा $\frac{४}{८}$ हैं।

अर्थात् $\frac{२}{८} < \frac{३}{८} < \frac{४}{८}$

ऊपर के चित्र से स्पष्ट है कि

$\frac{१}{८} < \frac{२}{८} < \frac{३}{८} < \frac{४}{८} < \frac{५}{८}$ ......

समान हर वाले भिन्नों में सबसे अधिक अंश वाली भिन्न, अन्य भिन्नों से बड़ी होती है।

उदाहरण :

भिन्न $\frac{२}{९}$, $\frac{७}{९}$, $\frac{५}{९}$, $\frac{४}{९}$, $\frac{८}{९}$ को घटते हुए क्रम में लिखो।

देखो सभी भिन्नों का हर समान है। इनमें सबसे अधिक अंश वाला भिन्न $\frac{८}{९}$ है। अतः यह सबसे बड़ा है। इसके पश्चात् घटते हुए क्रम में भिन्न $\frac{७}{९}$, $\frac{५}{९}$, $\frac{४}{९}$ और $\frac{२}{९}$ है। अतः अभीष्ट क्रम $\frac{८}{९}$, $\frac{७}{९}$, $\frac{५}{९}$, $\frac{४}{९}$, और $\frac{२}{९}$ है।

अभ्यास - २४

नीचे दिये गये दो भिन्नों के बीच सही चिह्न > या < लगाओ।

१. $\frac{२}{५}$ $\frac{३}{५}$, २. $\frac{५}{७}$ $\frac{४}{७}$

३. $\frac{४}{८}$ $\frac{६}{८}$, ४. $\frac{८}{१७}$ $\frac{१६}{१७}$,

५. $\frac{११}{१९}$ $\frac{५}{१९}$, ६. $\frac{७}{११}$ $\frac{३}{११}$

७. निम्नलिखित भिन्न को बढ़ते हुए क्रम में लिखो।

(क) $\frac{७}{९}$, $\frac{४}{९}$, $\frac{५}{९}$, $\frac{३}{९}$, $\frac{६}{९}$

(ख) $\frac{४}{७}$, $\frac{३}{७}$, $\frac{५}{७}$, $\frac{६}{७}$, $\frac{७}{७}$

(ख) समान अंश वाले भिन्न

$\frac{१}{२}$								$\frac{१}{२}$							
$\frac{१}{४}$				$\frac{१}{४}$				$\frac{१}{४}$				$\frac{१}{४}$			
$\frac{१}{८}$		$\frac{१}{८}$		$\frac{१}{८}$		$\frac{१}{८}$		$\frac{१}{८}$		$\frac{१}{८}$		$\frac{१}{८}$		$\frac{१}{८}$	
$\frac{१}{१६}$	$\frac{१}{१६}$	$\frac{१}{१६}$	$\frac{१}{१६}$	$\frac{१}{१६}$	$\frac{१}{१६}$	$\frac{१}{१६}$	$\frac{१}{१६}$	$\frac{१}{१६}$	$\frac{१}{१६}$	$\frac{१}{१६}$	$\frac{१}{१६}$	$\frac{१}{१६}$	$\frac{१}{१६}$	$\frac{१}{१६}$	$\frac{१}{१६}$

तुम देखते हो कि भिन्नों को व्यक्त करने वाले भिन्नों का आकार सबसे छोटे से बड़े के क्रम में निम्नांकित हैं।

$\frac{१}{१६} < \frac{१}{८} < \frac{१}{४} < \frac{१}{२}$

छायांकित भाग $\frac{२}{३}$

छायांकित भाग $\frac{२}{४}$

छायांकित भाग $\frac{२}{५}$

छायांकित भाग $\frac{२}{६}$

सभी छायांकित भागों को देखो। स्पष्टतः $\frac{२}{३}$ को व्यक्त करने वाला भाग सबसे बड़ा है फिर घटते क्रम में $\frac{२}{४}$, $\frac{२}{५}$ तथा $\frac{२}{६}$ है, अर्थात्

$\frac{२}{३} \longrightarrow \frac{२}{४} \longrightarrow \frac{२}{५} \longrightarrow \frac{२}{६}$

इस प्रकार समान अंश वाले भिन्नों में सबसे कम हर वाली भिन्न सबसे बड़ी होती है।

उदाहरण :

भिन्न $\frac{३}{४}$, $\frac{३}{७}$, $\frac{३}{५}$, $\frac{३}{११}$, $\frac{३}{१०}$ घटते हुए क्रम में लिखो।

हल :

देखो, दिये भिन्नों में सबके अंश ३ हैं। अतः सबसे बड़े भिन्न का हर, सबसे छोटा होगा। इस प्रकार सबसे बड़ा भिन्न $\frac{३}{४}$ इसके पश्चात् घटते क्रम में $\frac{३}{५}$, $\frac{३}{७}$, $\frac{३}{१०}$ और $\frac{३}{११}$ हैं।

इसलिए अभीष्ट क्रम $\frac{३}{४}$, $\frac{३}{५}$, $\frac{३}{७}$, $\frac{३}{१०}$, $\frac{३}{११}$ हैं।

अभ्यास - २५

नीचे दिये गये दो भिन्नों के बीच सही चिह्न > या < लगाओ।

१. $\frac{३}{५}$, $\frac{३}{७}$ २. $\frac{४}{१५}$, $\frac{४}{७}$ ३. $\frac{१३}{१४}$, $\frac{१३}{१६}$

४. $\frac{५}{१०}$, $\frac{५}{९}$ ५. $\frac{१७}{१८}$, $\frac{१७}{१९}$ ६. $\frac{१२}{२४}$, $\frac{१२}{१८}$

७. निम्नलिखित भिन्नों को घटते हुए क्रम में लिखो :

$\frac{४}{९}$, $\frac{४}{७}$, $\frac{४}{१२}$, $\frac{४}{१०}$, $\frac{४}{१७}$, $\frac{४}{१५}$

(ग) असमान अंश तथा हर वाले भिन्नों की तुलना

मान लो $\frac{२}{३}$ और $\frac{३}{४}$ की तुलना करनी है अर्थात् इन भिन्नों में कौन-सा बड़ा है? ज्ञात करना है।

मान लो $\frac{२}{३}$ और $\frac{३}{४}$ की तुलना करनी है अर्थात् इन भिन्नों में कौन-सा बड़ा है? ज्ञात करना है।

देखो, इन भिन्नों के न तो अंश और न हर समान हैं। ऐसे दो भिन्नों की तुलना करने के लिए प्रत्येक भिन्न के समतुल्य भिन्नों को ज्ञात करते हैं।

जैसे $\frac{२}{३} = \frac{४}{६} = \frac{६}{९} = \frac{८}{१२} = \frac{१०}{१५} = \frac{१२}{१८} = \frac{१४}{२१} = \frac{१६}{२४}$

तथा $\frac{३}{४} = \frac{६}{८} = \frac{९}{१२} = \frac{१२}{१६} = \frac{१५}{२०} = \frac{१८}{२४} = \frac{२१}{२८} = \frac{२४}{३२}$

समान अंश के अनुसार

$\therefore \frac{६}{८} > \frac{६}{९}$ या

समान हर के अनुसार

$\frac{९}{१२} > \frac{८}{१२}$

अत: $\frac{३}{४} > \frac{२}{३}$

दूसरी विधि :

दिये गये भिन्नों के अंश या हर को समान करके दो भिन्नों की तुलना करते हैं।

(क) अंश को समान करके

$\frac{२}{३} = \frac{६}{९}$ (अंश २ और ३ का लघुत्तम समापवर्त्य = ६)

और $\frac{३}{४} = \frac{६}{८}$

$\therefore \frac{६}{८} > \frac{६}{९}$ अत: $\frac{३}{४} > \frac{२}{३}$

(ख) हर को समान करके :

$\frac{२}{३} = \frac{८}{१२}$ और $\frac{३}{४} = \frac{९}{१२}$ (हर ३ और ४ का लघुत्तम समापवर्त्य १२ है)

$\therefore \frac{९}{१२} > \frac{८}{१२}$

अत: $\frac{३}{४} > \frac{२}{३}$

इस प्रकार हम देखते हैं कि दो भिन्नों की तुलना करने के लिए हम भिन्नों के अंश या हर को बराबर करने के लिए भिन्नों के अंशों या हरों का लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात करते हैं।

उदाहरण :

भिन्न $\frac{४}{९}$ और $\frac{८}{२१}$ में कौन सी भिन्न बड़ी है।

प्रथम विधि : समान अंश बना कर।

४ और ८ का लघुत्तम समापवर्त्य ८ है

अतः $८ \div ४ = २,\ ८ \div ८ = १$

$\frac{४}{९} = \frac{४ \times २}{४ \times २} = \frac{८}{१८},\quad \frac{८ \times १}{२१ \times १} = \frac{८}{२१}$

अतः $\frac{८}{१८} > \frac{८}{२१}$ (क्योंकि $\frac{८}{१८}$ का हर $\frac{८}{२१}$ के हर से छोटा है)

इस प्रकार $\frac{४}{९} > \frac{८}{२१}$

द्वितीय विधि : समान हर बना कर।

९ और २१ का लघुत्तम समापवर्त्य ६३ है

अतः $६३ \div ९ = ७,\quad ६३ \div २१ = ३$

$\therefore \frac{४}{९} = \frac{४ \times ७}{९ \times ७} = \frac{२८}{६३},\quad \frac{८}{२१} = \frac{८ \times ३}{२१ \times ३} = \frac{२४}{६३}$

$\therefore \frac{२८}{६३} > \frac{२४}{६३}$

अतः $\frac{४}{९} > \frac{८}{२१}$

ऊपर दी गयी विधियों में से प्रथम इस प्रश्न के लिए उपयुक्त है। इनमें से उस विधि को अपनाओ जिसमें ल० स० ज्ञात करना तथा गुणा भाग करना सरल हो।

अभ्यास २६

निम्नलिखित भिन्नों के जोड़े में (बड़ा है या छोटा है) > या < का निशान लगाओ। पहला प्रश्न उदाहरण के लिए हल कर दिया गया है।

१. (क) $\frac{२}{३} > \frac{१}{३}$ (ख) $\frac{३}{४}$ $\frac{१}{४}$ (ग) $\frac{७}{९}$ $\frac{८}{९}$

(घ) $\frac{४}{५}$ $\frac{४}{९}$ (ङ) $\frac{८}{१०}$ $\frac{७}{१०}$

२. (क) $\frac{३}{५}$ $\frac{४}{७}$ (ख) $\frac{२}{३}$ $\frac{३}{४}$

(ग) $\frac{१७}{२३}$ $\frac{१८}{२४}$ (घ) $\frac{१९}{३६}$ $\frac{१८}{३५}$

३. नीचे दिये गये भिन्नों को बढ़ते हुए क्रम में लिखो।

$\frac{४}{९}$, $\frac{३}{९}$, $\frac{५}{९}$, $\frac{६}{९}$, $\frac{१}{९}$, $\frac{८}{९}$

४. नीचे के भिन्नों को समान अंश में बदल कर बढ़ते हुए क्रम में लिखो :

$\frac{५}{६}$, $\frac{२}{३}$, $\frac{३}{४}$, $\frac{४}{५}$

५. नीचे के भिन्नों को समान हर में बदल कर घटते हुए क्रम में लिखो :

$\frac{५}{७}$, $\frac{२}{३}$, $\frac{३}{५}$, $\frac{७}{९}$

६. कौन बड़ा है ?

(क) ६ का $\frac{१}{२}$ और १२ का $\frac{१}{३}$ में।

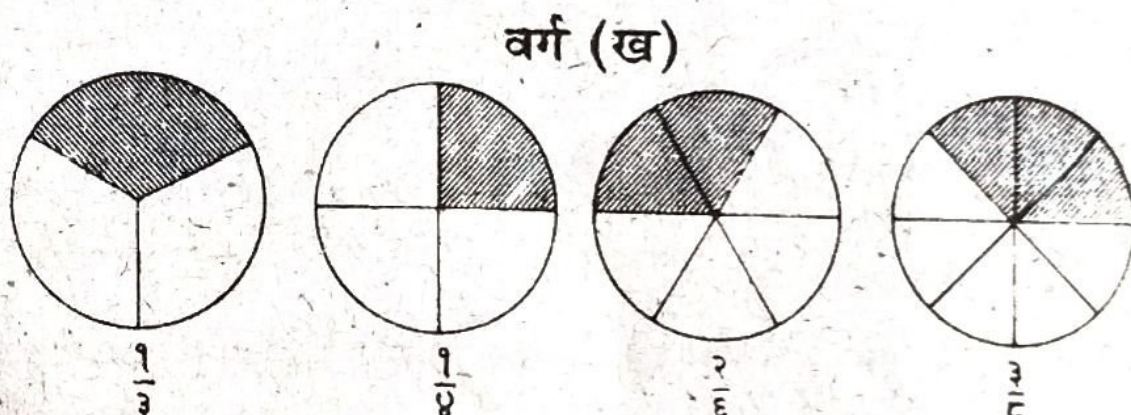
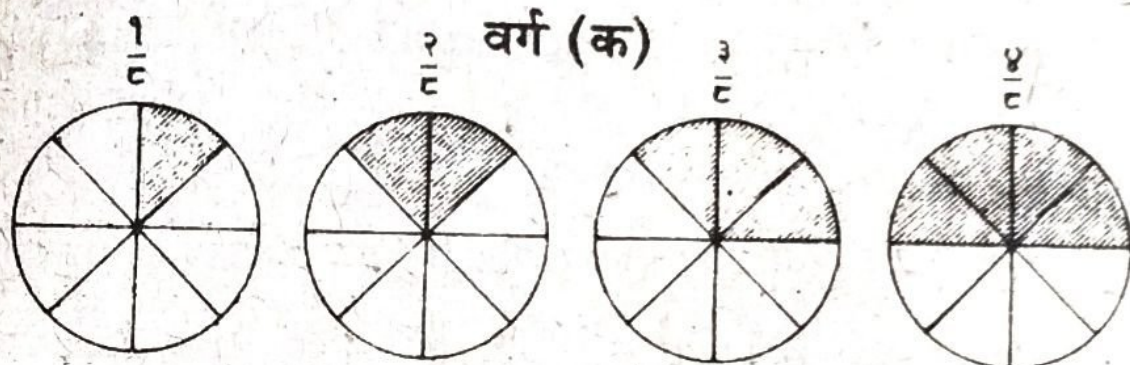
(ख) १८ का $\frac{१}{३}$ और २० का $\frac{१}{४}$ में।

भिन्नों के प्रकार :

भिन्न का दो प्रकार से वर्गीकरण किया जा सकता है।

(१) सजातीय और विजातीय भिन्न।

(२) उचित, विषम और मिश्र भिन्न।

(१) सजातीय और विजातीय भिन्न

देखो : वर्ग (क) के सभी भिन्नों का हर समान है।

वर्ग (ख) के सभी भिन्नों का हर असमान है।

वर्ग (क) में लिखे गये भिन्न सजातीय भिन्न कहलाते हैं।

वर्ग (ख) में लिखे गये सभी भिन्न विजातीय भिन्न कहलाते हैं।

<u>उदाहरण :</u>

$\frac{१}{११}$, $\frac{२}{११}$, $\frac{३}{११}$, $\frac{४}{११}$ आदि सजातीय भिन्न हैं।

$\frac{१}{२}$, $\frac{२}{११}$, $\frac{३}{२२}$, $\frac{४}{२७}$ आदि विजातीय भिन्न हैं।

(२) उचित, विषम तथा मिश्र भिन्न:

देखो :

$\frac{१}{५}, \frac{२}{५}, \frac{३}{५}, \frac{४}{५}, \frac{५}{५}, \frac{६}{५}, \frac{७}{५}, \frac{८}{५}, \frac{९}{५}, \frac{१०}{५}$ आदि भिन्नों

में प्रथम चार भिन्न $\frac{१}{५}, \frac{२}{५}, \frac{३}{५}, \frac{४}{५}$ आदि ऐसे भिन्न हैं जिनके अंश हर से छोटे हैं। इन भिन्नों को उचित भिन्न कहते हैं। इनके मान १ से छोटे होते हैं।

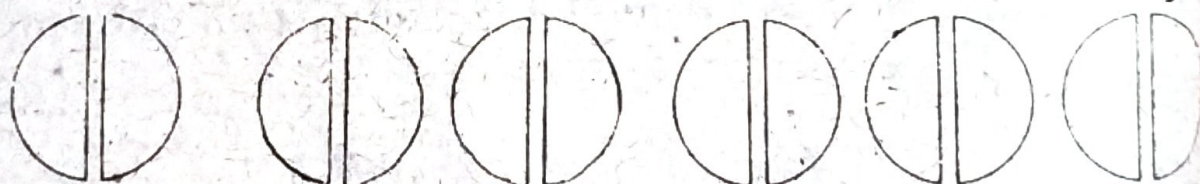
भिन्न $\frac{५}{५}$ के अंश और हर बराबर हैं, यह १ को बतलाता है। इस प्रकार के अन्य भिन्न $\frac{२}{२}, \frac{४}{४}, \frac{७}{७}, \frac{११}{११}, \frac{१७}{१७}, \frac{१००}{१००}$ आदि हैं।

भिन्न जिनके मान १ से अधिक हैं वे $\frac{६}{५}, \frac{७}{५}, \frac{८}{५}, \frac{९}{५}, \frac{१०}{५}$ आदि हैं,

ऐसे भिन्न जिनके अंश हर से बड़े होते हैं विषम भिन्न कहलाते हैं। इनके मान १ से बड़े होते हैं।

देखो

१ में २ आधे   २ में ४ आधे   ३ में ६ आधे

$१ = \frac{२}{२} \quad २ = \frac{४}{२} \quad ३ = \frac{६}{२}$

नीबू के ५ आधे टुकड़ों याने $\frac{५}{२}$ नीबू से शरबत बनाया गया। इस शरबत को बनाने में कुल दो पूरे और एक आधे नीबू लगे। दो

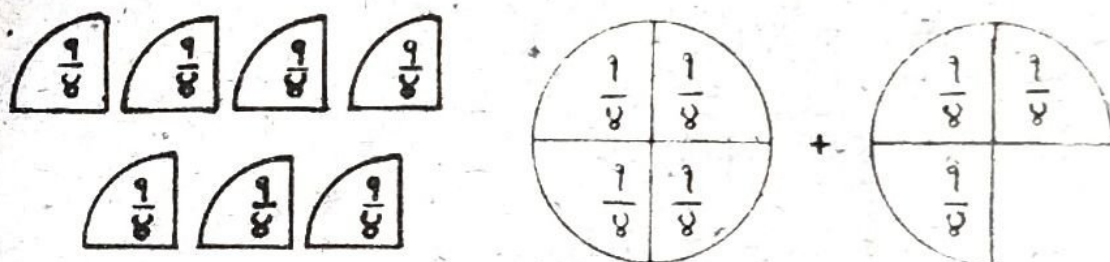
पूरे और एक आधे को $२\frac{१}{२}$ लिखते हैं और दो सही एक बटा दो पढ़ते हैं।

$२\frac{१}{२}$ मिश्र भिन्न कहलाता है क्योंकि इसके दो भाग हैं (क) २ पूर्ण संख्या (ख) $\frac{१}{२}$ भिन्न।

उदाहरण

७ बच्चों को खरबूज़े बाँटे गये। प्रत्येक बच्चे को एक चौथाई खरबूजा मिला। बताओ कितने खरबूजे बाँटे गये।

$\frac{१}{४}$ $\frac{१}{४}$ $\frac{१}{४}$ $\frac{१}{४}$ $\frac{१}{४}$ $\frac{१}{४}$ $\frac{१}{४}$

$\frac{१}{४}$ $\frac{१}{४}$ $\frac{१}{४}$ $\frac{१}{४}$ + $\frac{१}{४}$ $\frac{१}{४}$ $\frac{१}{४}$

७ चौथाई $= \frac{७}{४} =$ १ पूर्ण $+ \frac{३}{४} = १\frac{३}{४}$

विषम भिन्न को मिश्र भिन्न में अंश का हर से भाग देकर बदला जाता है। भागफल, पूर्ण संख्या वाला भाग और शेषफल बटा हर भिन्नात्मक भाग बतलाता है।

मिश्र भिन्नों को विषम भिन्नों में बदलना

देखो

$$१\frac{३}{८} = १ + \frac{३}{८} = \frac{८}{८} + \frac{३}{८} = \frac{८+३}{८} = \frac{११}{८}$$

पुनः

$$१\frac{३}{८} = \frac{८\times१+३}{८} = \frac{८+३}{८} = \frac{११}{८}$$

इसी प्रकार

$$२\frac{३}{७} = \frac{१४}{७} + \frac{३}{७} = \frac{१४+३}{७} = \frac{१७}{७}$$

पुनः

$$२\frac{३}{७} = \frac{२ \times ७ + ३}{७} = \frac{१४ + ३}{७} = \frac{१७}{७}$$

मिश्र भिन्न को विषम भिन्न में बदलने का नियम :

(क) मिश्र भिन्न के हर से उसके पूर्णांक को गुणा करो।

(ख) इस गुणनफल में भिन्न का अंश जोड़ दो।

(ग) जोड़ने पर प्राप्त संख्या विषम भिन्न का अंश होगा।

(घ) मिश्र भिन्न का हर विषम भिन्न का हर होगा।

उदाहरण : $५\frac{२}{३}$ को विषम भिन्न में बदलो

हल विषम भिन्न का अंश = ५ × ३ + २ = १७

विषम भिन्न का हर = ३

अभीष्ट विषम का भिन्न = $\frac{१७}{३}$

या $५\frac{२}{३} = \frac{५ \times ३ + २}{३} = \frac{१५ + २}{३} = \frac{१७}{३}$ उत्तर

अभ्यास - २७

द्रुत मौखिक

१. निम्नलिखित भिन्नों में से उचित भिन्न छाँटो।

$२\frac{३}{४}$, $\frac{३}{४}$, $\frac{२३}{४}$, $\frac{३}{२४}$, $४\frac{२}{३}$, $\frac{४२}{३}$

२. पाँच भिन्न जिसका मान १ हो लिखो।

३. निम्नलिखित भिन्नों में से विषम भिन्न छाँटो।

$\frac{२}{३}$, $\frac{५}{५}$, $\frac{०}{७}$, $\frac{५}{८}$, $\frac{८}{५}$

४. निम्नलिखित भिन्नों में से मिश्र भिन्न छाँटो।

$\frac{१३}{७}$, $१\frac{३}{७}$, $\frac{७}{१३}$, $\frac{१७}{३}$

भिन्नों का जोड़ :

पिछली कक्षा में हम भिन्नों के जोड़ने की संक्रिया पढ़ चुके हैं। निम्नलिखित का मान निकालो -

(क) $\frac{१}{७} + \frac{३}{७}$ (ख) $\frac{२}{४} + \frac{१}{४}$

अंशों का जोड़ :

(क) मान $= \frac{१ + ३}{७} = \frac{४}{७}$

(ख) मान $= \frac{२ + १}{४} = \frac{३}{४}$

<u>उदाहरण</u>

(क) $\frac{१}{२}$ और $\frac{१}{४}$ को जोड़ो।

देखो

$\frac{१}{२} + \frac{१}{४} = \frac{२}{४} + \frac{१}{४}$

$= \frac{२ + १}{४} = \frac{३}{४}$

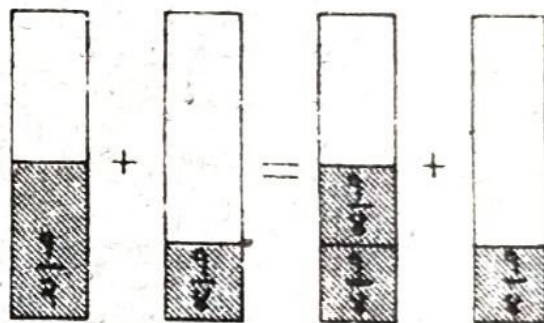
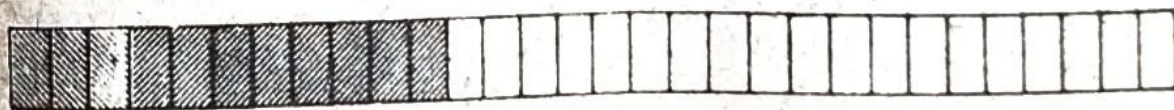
(ख) $\frac{१}{२}$ और $\frac{१}{३}$ को जोड़ो।

देखो

$\frac{१}{२} + \frac{१}{३} = \frac{३}{६} + \frac{२}{६} = \frac{५}{६}$

(ग) $\frac{१}{१०} + \frac{४}{१५}$ का मान बताओ।

देखो

$\frac{१}{१०} \quad \frac{४}{१५} = \frac{३}{३०} + \frac{८}{३०} = \frac{११}{३०}$

ऊपर दिये गये उदाहरणों से स्पष्ट होता है कि विजातीय भिन्नों के जोड़ में विजातीय भिन्नों को सजातीय बनाकर जोड़ा जाता है।

उदाहरण १

$\frac{१}{२}$ और $\frac{१}{३}$ को जोड़ो

हल : भिन्नों के हर असमान हैं। अतः $\frac{१}{२}$ और $\frac{१}{३}$ के समतुल्य समान हरों वाले भिन्न ज्ञात करना होगा।

$\frac{१}{२}$ के समतुल्य भिन्न $\frac{१}{२}, \frac{२}{४}, \frac{३}{६}, \frac{४}{८}, \frac{५}{१०}, \frac{६}{१२}, \frac{७}{१४}$

$\frac{२}{३}$ के समतुल्य भिन्न $\frac{२}{३}, \frac{४}{६}, \frac{६}{९}, \frac{८}{१२}, \frac{१०}{१५}, \frac{१२}{१८}$

अतः $\frac{१}{२} + \frac{२}{३} = \frac{३}{६} + \frac{४}{६} = \frac{७}{६} = १\frac{१}{६}$

दूसरी विधि :

$$\frac{१}{२} + \frac{२}{३} = \frac{३}{६} + \frac{४}{६} = \frac{३+४}{६} = \frac{७}{६} = १\frac{१}{६}$$

जब हम विजातीय भिन्नों को जोड़ते हैं तब उन भिन्नों को सजातीय भिन्नों में बदलते हैं। ध्यान रहे कि भिन्नों के समान सर्वनिष्ठ हर सबसे छोटा होना चाहिए अर्थात् हरों का लघुत्तम समापवर्त्य होना चाहिए।

उदाहरण :

मान बताओ $\frac{२}{३} + \frac{३}{४}$

हलः दिये हुए भिन्नों के हरों का लघुत्तम समापवर्त्य १२ है

अतः भिन्न $\frac{२}{३}$ और $\frac{३}{४}$ को १२ वाले भिन्नों में बदलना होगा।

$$\frac{२}{३} + \frac{३}{४} = \frac{८}{१२} + \frac{९}{१२} = \frac{८+९}{१२} = \frac{१७}{१२} = १\frac{५}{१२}$$

या $\frac{२}{३} + \frac{३}{४} = \frac{२ \times ४ + ३ \times ३}{१२}$

$= \frac{८+९}{१२} = \frac{१७}{१२} = १\frac{५}{१२}$ उत्तर

अभ्यास - २८

जोड़ो :

(१) $\frac{१}{३}$ और $\frac{१}{४}$ (२) $\frac{३}{४}$ और $\frac{२}{५}$

(३) $\frac{३}{५}$ और $\frac{७}{१०}$ (४) १ और $\frac{४}{७}$

(५) ३ और $\frac{४}{८}$ (६) $\frac{३}{४}$ और $\frac{९}{१२}$

७. एक डिब्बे में ३ किग्रा घी है। डिब्बे का वजन $\frac{१}{४}$ किग्रा है। घी सहित डिब्बे का वजन किलोग्राम मे बताओ।

८. एक मेढक ने तीन कूद ली। प्रथम कूद $\frac{३}{४}$ मी लम्बी, दूसरी कूद $\frac{२}{३}$ मी लम्बी और तीसरी कूद $\frac{१}{२}$ मी लम्बी। बताओ मेढक ने इन कूदों में कुल कितनी दूरी तय की।

९. योगफल ज्ञात करो -

(क) $\frac{१}{४} + \frac{२}{५} + \frac{७}{१०}$

(ख) $१ + \frac{३}{७} + \frac{४}{५}$

विजातीय मिश्र भिन्नों का जोड़

उदाहरण:

$३\frac{२}{५}$ और $२\frac{३}{४}$ को जोड़ो।

हल :

प्रथम विधि

५ और ४ का ल०स० = २०

$३\frac{२}{५} + २\frac{३}{४} = ३\frac{८}{२०} + २\frac{१५}{२०}$

$$= ३ + २ + \frac{८}{२०} + \frac{१५}{२०}$$

$$= ५ + \frac{८ + १५}{२०}$$

$$= ५ + \frac{२३}{२०}$$

$$= ५ + १\frac{३}{२०}$$

$$= ६\frac{३}{२०}$$

द्वितीय विधि : (मिश्र भिन्न को विषम भिन्न में बदलकर)

$$३\frac{२}{५} + २\frac{३}{४} = \frac{१७}{५} + \frac{११}{४}$$

$$= \frac{१७ \times ४ + ११ \times ५}{२०}$$

$$= \frac{६८ + ५५}{२०}$$

$$= \frac{१२३}{२०}$$

$$= ६\frac{३}{२०}$$

अभ्यास - २९

जोड़ो :

१. $२\frac{१}{३}$ और $३\frac{१}{२}$,   २. $४\frac{२}{३}$ और $१\frac{१}{६}$,   ३. ३ और $४\frac{२}{७}$

४. $७\frac{५}{६}$ और २,   ५. $२ + \frac{२}{३} + \frac{९}{१०}$

६. दर्जी ने हरि की कमीज में $२\frac{१}{४}$ मी कपड़ा लगाया और उसके छोटे भाई की कमीज में $१\frac{१}{२}$ मी । दोनों की कमीजों में मिलकर कुल कितने मीटर कपड़ा लगा ?

७. एक डिब्बे में $१\frac{१}{५}$ किग्रा चीनी थी। उसमें $२\frac{१}{४}$ किग्रा चीनी और

रख दी गयी। डिब्बे में कुल कितने किग्रा चीनी हो गयी।

८. योगफल ज्ञात करो :

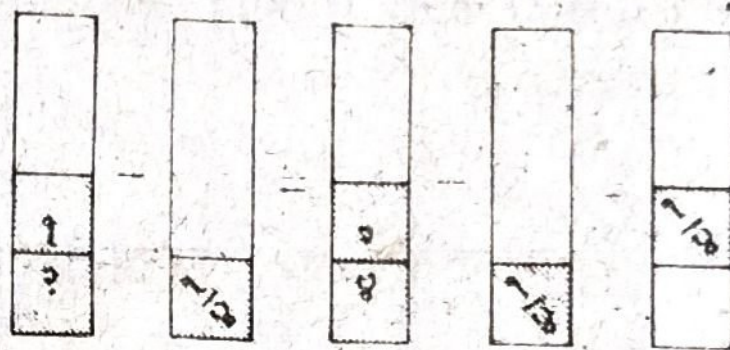
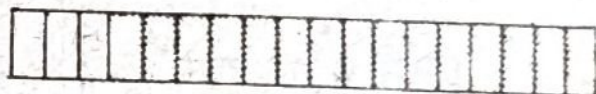
$६ + \frac{७}{६} + २\frac{३}{४}$

भिन्नों का घटाना :

दो विजातीय भिन्नों के अन्तर ज्ञात करने की विधि, दो विजातीय भिन्नों के जोड़ ज्ञात करने की विधि के लगभग समान है।
देखो

(क)

(ख) $\frac{१}{२} - \frac{१}{३} = \frac{३}{६} - \frac{२}{६} = \frac{१}{६}$

(ग) $\frac{५}{६} - \frac{२}{९} = \frac{१५}{१८} - \frac{४}{१८} = \frac{११}{१८}$

ऊपर दिये गये उदाहरणों से स्पष्ट है कि विजातीय भिन्नों के घटाना में भिन्नों को सम हर बना कर घटाया जाता है।

हल :

भिन्नों के हर असमान हैं। अतः $\frac{३}{४}$ और $\frac{२}{३}$ के समतुल्य समान हरों वाले भिन्न ज्ञात करना होगा।

$\frac{३}{४}$ के समतुल्य भिन्न = $\frac{३}{४}, \frac{६}{८}, \frac{९}{१२}, \frac{१२}{१६}, \frac{१५}{२०}, \frac{१८}{२४}$

$\frac{२}{३}$ के समतुल्य भिन्न = $\frac{२}{३}, \frac{४}{६}, \frac{६}{९}, \frac{८}{१२}, \frac{१०}{१५}, \frac{१२}{१८}$

अत:

$$\frac{३}{४} - \frac{२}{३} = \frac{९}{१२} - \frac{८}{१२} = \frac{१}{१२}$$

दूसरी विधि:

$$\frac{३}{४} - \frac{२}{३} = \frac{९}{१२} - \frac{८}{१२} = \frac{९ - ८}{१२} = \frac{१}{१२}$$

जब हम विजातीय भिन्नों को जोड़ते हैं तब दिये गये भिन्नों को सजातीय भिन्नों में बदलते हैं। ध्यान रहे कि भिन्नों के समान सर्वनिष्ठ हर सबसे छोटा होना चाहिए। अर्थात् हरों का लघुत्तम समापवर्त्य होना चाहिए।

उदाहरण :

एक डिब्बे में $\frac{७}{१०}$ लीटर तेल था। $\frac{१}{५}$ लीटर तेल खर्च हो गया। कितने लीटर तेल बचा ?

हल :

$$\begin{aligned} \text{बचा हुआ तेल} &= \frac{७}{१०} - \frac{१}{५} \\ &= \frac{७}{१०} - \frac{२}{१०} \\ &= \frac{७ - २}{१०} \\ &= \frac{५}{१०} \\ &= \frac{१}{२} \text{ लीटर} \end{aligned}$$

विजातीय मिश्र भिन्नों का घटाना:

उदाहरण :

$४\frac{२}{३}$ में से $२\frac{३}{४}$ घटाओ।

प्रथम विधि :

३ और ४ का ल०स० = १२

$$= ४\frac{२}{३} - २\frac{३}{४} = ४ - २ + \frac{२}{३} - \frac{३}{४}$$

$$= २ + \frac{८}{१२} - \frac{९}{१२}$$

$$= \frac{२४}{१२} + \frac{८}{१२} - \frac{९}{१२}$$

$$= \frac{२४ + ८ - ९}{१२}$$

$$= \frac{२३}{१२}$$

$$= १\frac{११}{१२}$$

द्वितीय विधि : (मिश्र भिन्न को विषम भिन्न में बदल कर)

$$४\frac{२}{३} - २\frac{३}{४} = \frac{१४}{३} - \frac{११}{४}$$

$$= \frac{१४ \times ४ - ११ \times ३}{१२}$$

$$= \frac{५६ - ३३}{१२}$$

$$= \frac{२३}{१२}$$

$$= १\frac{११}{१२}$$

अभ्यास - ३०

घटाओ :

(१) $८\frac{७}{८} - ५\frac{५}{६}$ (२) $\frac{११}{१२} - \frac{२}{३}$

(३) $४ - \frac{५}{६}$ (४) $४\frac{५}{७} - ३$

(५) $५\frac{६}{७} - ५\frac{६}{७}$ (६) $८\frac{३}{११} - ७\frac{११}{१३}$

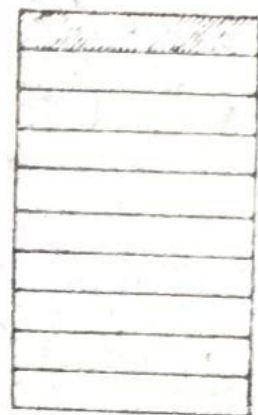
(७) रमेश $१\frac{१}{५}$ मीटर ऊँचा कूद सकता है और मोहन $१\frac{१}{१०}$ मीटर। रमेश मोहन से कितना अधिक ऊँचा कूद सकता है।

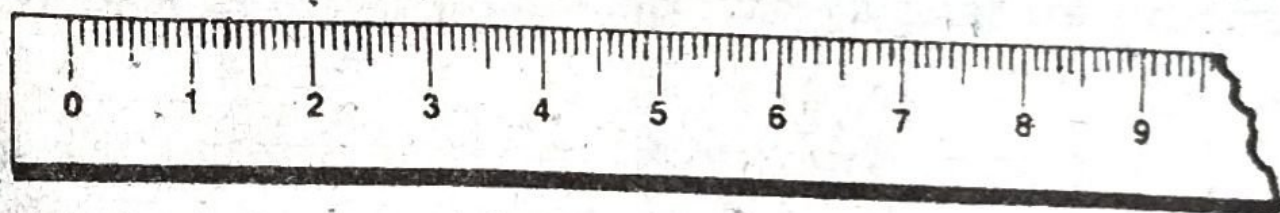
(८) सब्बू के स्कूटर की टंकी में ६ लीटर पेट्रोल आता है। टंकी में $३\frac{३}{५}$ लीटर पेट्रोल है। बताओ वह कितना पेट्रोल और ले कि टंकी पूरी भर जाय।

(९) एक छड़ी का $\frac{२}{३}$ भाग लाल और $\frac{१}{४}$ भाग हरा रंगा गया है। छड़ी का कुल कितना भाग रंगा है ? लाल भाग, हरे भाग से कितना ज्यादा है।

(१०) एक क्यारी के $\frac{३}{५}$ भाग में टमाटर बोये गये हैं और $\frac{१}{३}$ भाग में बैंगन। टमाटर बोया हुआ भाग बैंगन वाले भाग से कितना अधिक है ?

इकाई - ११
दशमलव

देखो पहले आयत में छायांकित भाग दस बराबर भागों में से एक या पूरे का एक दसवाँ भाग है। तुम एक दसवें भाग को $\frac{१}{१०}$ लिखते हो। इसे ०.१ भी लिखते हैं और शून्य दशमलव एक पढ़ते हैं।

दूसरे में आयत दस बराबर भागों में बँटा है उनमें से ७ भागों को छायांकित किया गया है। यह छायांकित भाग पूरे का सात दसवाँ भाग है। इसे ०.७ लिखते हैं और शून्य दशमलव सात पढ़ते हैं।

नीचे एक पटरी का चित्र देखो

पटरी के मुख्य भाग सेन्टीमीटर में चिह्नित किये गये हैं। प्रत्येक सेमी फिर १० छोटे भागों में बँटा है प्रत्येक छोटा भाग ०.१ सेमी प्रकट करता है। अतः ऐसे ५ भाग का अर्थ सेमी का ५ दसवाँ या ०.५ सेमी है। पाँच के पहले लगा हुआ बिन्दु दशमलव बिन्दु है। संख्या ०.५ को दशमलव कहते हैं। यह भिन्न $\frac{५}{१०}$ के बराबर है।

नीचे दी गयी सारणी को देखो :

पटरी का	पूरे का	भिन्न के रूप में लिखने का ढंग	दशमलव के रूप में लिखने का ढंग	पढ़ना
एक भाग	एक दसवाँ	$\frac{१}{१०}$	०.१	शून्य दशमलव एक
दो भाग	दो दसवाँ	$\frac{२}{१०}$	०.२	शून्य दशमलव दो
तीन भाग	तीन दसवाँ	$\frac{३}{१०}$	०.३	शून्य दशमलव तीन
चार भाग	चार दसवाँ	$\frac{४}{१०}$	०.४	शून्य दशमलव चार
पाँच भाग	पाँच दसवाँ	$\frac{५}{१०}$	०.५	शून्य दशमलव पाँच

स्पष्ट है कि १० हर वाले सम भिन्न को दशमलव में बदलने के लिए अंश की संख्या के बायीं ओर एक बिन्दु लगाकर लिखा जाता है। इस बिन्दु को जैसा पहले बताया गया है दशमलव बिन्दु कहते हैं।

१.३ को एक दशमलव तीन पढ़ते हैं और इसमें एक पूर्ण और तीन दसवाँ है। १.३ में ३ प्रथम दशमलव स्थान पर है।

नीचे बिजली के मीटर के दो डायल बने हैं इससे मीटर का वाचन करो।

पूर्ण

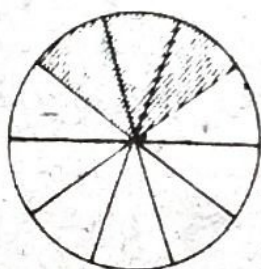
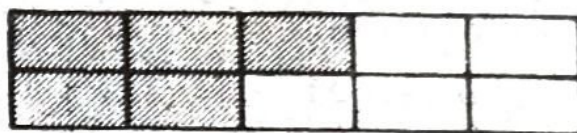
दसवां

देखो, पूर्ण वाले डायल में सुई ५ और ६ के बीच में है और दसवाँ बताने वाले डायल में सुई ८ पर है। अतः वाचन ५ पूर्ण और ८ दसवाँ अर्थात् ५.८ है।

देखो, दशमलव बिन्दु पूर्णांक और दसवें भाग को अलग करता है। इस बिन्दु के बायीं ओर पूर्णांक और दाहिनी ओर दसवाँ भाग होता है।

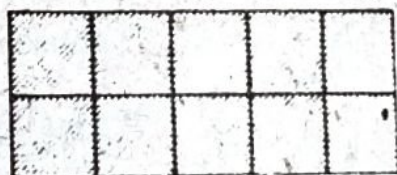
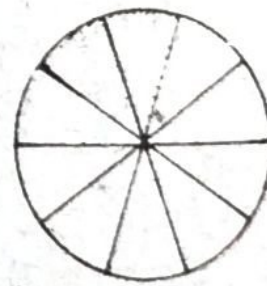
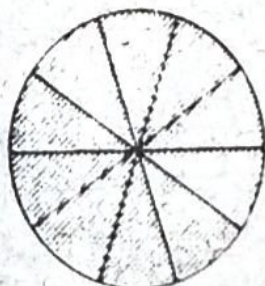
अभ्यास - ३१

द्रुत मौखिक

१- छायांकित भाग को दशमलव में बताओ।

(क)　　　　　　　　(ख)

२- नीचे शब्दों में लिखी संख्याओं को भिन्न और दशमलव में लिखो:

(क) तीन दसवाँ (ख) सात दसवाँ (ग) दो पूर्ण तीन दसवाँ

(घ) नौ पूर्ण पांच दसवाँ

३- छायांकित भाग को मिश्र भिन्न तथा दशमलव में लिखो :

४- निम्नलिखित भिन्नों के दशमलव में बदलो:

$\frac{१}{१०}$, $\frac{४}{१०}$, $\frac{७}{१०}$, $\frac{८}{१०}$, $\frac{३}{१०}$, $\frac{२८}{१०}$, $\frac{३१}{१०}$

लिखित

५- निम्नलिखित भिन्नों को दशमलव में लिखो।

$१२\frac{३}{१०}$, $३२\frac{१}{१०}$, $२३\frac{४}{१०}$, $६८\frac{७}{१०}$

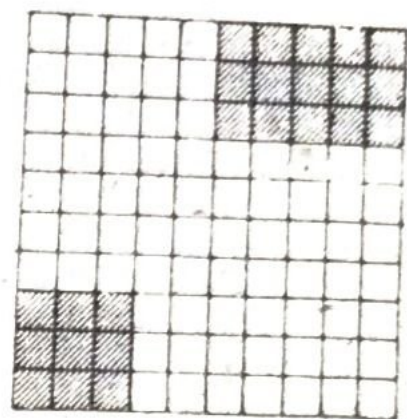
६- निम्नलिखित दशमलवों को भिन्नों में बदलो।

(क) ०.४, ०.७, ०.९, ०.८

(ख) ३.३, ४.७, ७.६, ८.५

७- नीचे दिये गये मीटर के डायलों को पढ़ कर प्रत्येक का मीटर वाचन बताओ।

देखो, बड़ा वर्ग सौ के बराबर छोटे वर्गों में बंटा है। अतः एक छोटा वर्ग बड़े वर्ग का सौवां भाग अर्थात् $\frac{१}{१००}$ है $\frac{१}{१००}$ को ०.०१ लिखते हैं और शून्य दशमलव शून्य एक पढ़ते हैं।

९ छोटे वर्गों से छायांकित भाग बना है इसलिए छायांकित भाग नौ सौवें या बड़े वर्ग का $\frac{९}{१००}$ = ०.०९

१५ छोटे बिन्दुदार भागों से दूसरा छायांकित भाग है। अतः बिन्दु द्वारा छायांकित भाग पन्द्रह सौवें $\frac{१५}{१००}$ बजाज

की मीटर की छड़ सौ बराबर भागों में बंटी होती है। हर भाग एक सेन्टीमीटर है। एक भाग पूरी छड़ का एक सौंवा भाग या $\frac{१}{१००}$ = ०.०१ है। अर्थात् मीटरी छड़ का

१ भाग = १ सेमी = $\frac{१}{१००}$ मी = ०.०१ मी

२ भाग = २ सेमी = $\frac{२}{१००}$ मी = ०.०२ मी

२५ भाग = २५ सेमी = $\frac{२५}{१००}$ मी = ०.२५मी

दशमलव चिह्न की दाहिनी ओर दो स्थानों पर लिखी संख्या यह बताती है कि वह सौ का कितना भाग है या कितने सौवां है जैसे

.०२= दो सौंवां = $\frac{२}{१००}$

.०३= तीन सौवां = $\frac{३}{१००}$

.३५= पैंतीस सौवां = $\frac{३५}{१००}$

समतुल्य भिन्नों की सहायता से यह जांच किया जा सकता है ०.४ = ०.४०० इसी प्रकार ०.५ = ०.५०००, ०.७ = ०.७००००

इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि दशमलव के दाहिनी ओर एक, दो या तीन शून्य जोड़ देने पर उसके मान में कोई परिवर्तन नहीं होता है।

भिन्न $\frac{१०}{१००}$ और $\frac{१}{१०}$ समतुल्य भिन्न

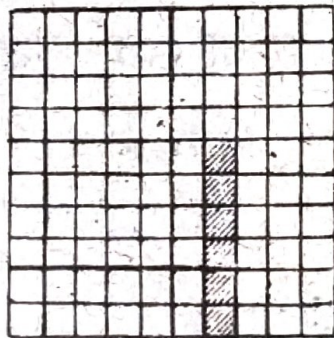
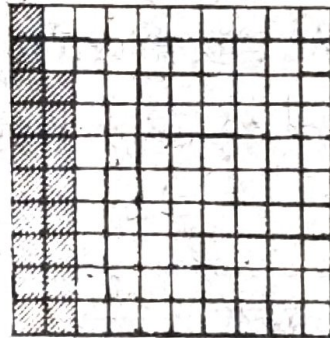
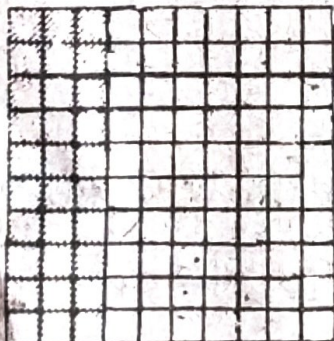
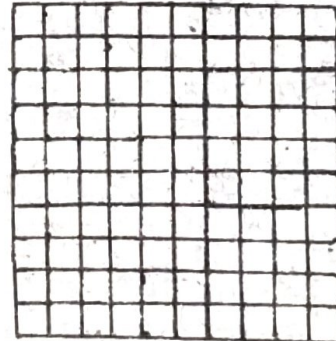
अर्थात् $\frac{१०}{१००} = \frac{१}{१०}$

अत: ० १० = ०.१

हम ०.०७ को सात सौवां या शून्य दशमलव शून्य सात, ०.१० को दस सौवां या शून्य दशमलव एक शून्य, ०.४९ को उनचास सौवां या शून्य दशमलव चार नौ पढ़ते हैं। ७,० या ९ दशमलव के दूसरे स्थान पर हैं।

अभ्यास - ३२

द्रुत मौखिक

१- नीचे के वर्गों में छायांकित भाग को दशमलव में लिखो :

लिखित-

२- खाली स्थानों को भरो:

(क) ०.१७ = १ दसवाँ और सात सौवां = $\frac{१७}{१००}$

(ख) ०.३७ = ... दसवाँ और ... सौवां =

(ग) ०.०६ = ... दसवाँ और ... सौवां =

(घ) ०.४० = ... दसवाँ और ... सौवां =

(ङ) ०.८१ = ... दसवाँ और ... सौवां =

३- निम्नलिखित को दशमलव में लिखो

(क) चार सौवां

(ख) तिरपन सौवां

(ग) पाँच और तिहत्तर सौवां

(घ) सात और सात सौवां

(ङ) आठ और ७ दसवाँ और ६ सौवां

४- निम्नलिखित दशमलव को भिन्न रूप में बदलो।

(क) १ $\frac{३}{१००}$ (ख) ३ $\frac{३३}{१००}$

(ग) ४ $\frac{५६}{१००}$ (घ) ३७ $\frac{३७}{१००}$

तुम जानते हो १००० मिमी = १ मीटर

१ मिमी = मीटर का $\frac{१}{१०००}$ = $\frac{१}{१०००}$

या १ मिमी = .००१ मीटर

१ हजारवां का अर्थ $\frac{१}{१०००}$ है।

यदि किसी वर्ग को १००० छोटे वर्गों में बाँटें तो एक छोटा वर्ग बड़े वर्ग का एक हजारहवां होगा $\frac{१}{१०००}$ = .००१

०.४३२ का अर्थ है ४ दसवें, ३ सौवें और २ हजारवां या ४३२ हजारवां यदि किसी संख्या में ५ दसवें ६ सौवें तथा ७ हजारवें हों तो उस संख्या को दशमलव में ०.५६७ लिखते हैं। ७ दशमलव के तीसरे स्थान पर है

संख्या ५ ७ ४ ३ . ८ २ १

दशमलव बिन्दु के दाहिनी ओर के प्रत्येक अंक का स्थानीय मान बताओ।

देखो :

८ दसवें स्थान पर है अतः उसका स्थानीय मान $\frac{८}{१०}$

२ सौवें स्थान पर है अतः उसका स्थानीय मान $\frac{२}{१००}$

१ हजारवें पर है अतः उसका स्थानीय मान $\frac{१}{१०००}$

अभ्यास - ३३

१- निम्नलिखित को दशमलव में लिखो।

(क) ३ दसवां ४ सौवां ५ हजारवां

(ख) ७ दसवां ६ सौवां ५ हजारवां

(ग) २ दसवां ० सौवां १ हजारवां

(घ) ० दसवां ४ सौवां ८ हजारवां

(ङ) १२३ हजारवां

२- निम्नलिखित भिन्नों को दशमलव में लिखो :

(क) $\frac{४}{१०००}$ (ख) $\frac{४३}{१०००}$ (ग) $\frac{१७३}{१०००}$

(घ) $\frac{१३५७}{१०००}$ (ङ) $\frac{७६३२}{१०००}$ (च) $\frac{८४३}{१०००}$

३- निम्नलिखित दशमलव को भिन्नों में बदलो :

(क) ३.८६४ (ख) ५.७५३

(ग) १४.०६८ (घ) २.००३

४- खाली स्थानों को भरो :

भिन्न	$\frac{३}{१०}$		$\frac{८}{१००}$	$\frac{७}{१०००}$	
दशमलव		०.०५			०.००१

दशमलव में प्रत्येक अंक का स्थानीय मान

पूर्णांकों के अंकों के स्थायी मान से तुम परिचित हो। नीचे की सारणी को पढ़ो -

	लाख	दसहजार	हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई
१२३				१	२	३
१२३ X १०			१	२	३	०
१२३ X १००		१	२	३	०	०
१२३ X १०००	१	२	३	०	०	०
४५६०००	४	५	६	०	०	०
४५६००० ÷ १०		४	५	६	०	०
४५६००० ÷ १००			४	५	६	०
४५६००० ÷ १०००				४	५	६

१२३ में क्रम से १०, १०० या १००० से गुणा करने पर अंकों के स्थानीय मानों में क्या परिवर्तन हुए, ४५६००० में क्रम से १०, १००, या १००० से भाग देने से अंकों के स्थानीय मानों में क्या परिवर्तन हुए?

देखो :

१२३ x १० में :

३ इकाई x १० = ३० इकाई = ३ दहाई

२ दहाई x १० = २० दहाई = २ सैकडे

१ सैकड़ा x १० = १० सैकड़े = १ हजार

इसी प्रकार

६ हजार ÷ १० = ६० सैकड़े ÷ १० = ६ सैकड़े

५ दस हजार ÷ १० = ५० हजार ÷ १० = ५ हजार

४ लाख ÷ १० = ४० दस हजार ÷ १० = ४ दस हजार

इसी प्रकार

६ हजार ÷ १०० = ६०० दहाई ÷ १०० = ६ दहाई

५ दस हजार ÷ १०० = ५०० सैंकड़े ÷ १०० = ५ सैकड़े

४ लाख ÷ १०० = ४०० हजार ÷ १०० = ४ हजार

इससे यह फल निकलता है कि-

किसी पूर्णांक को १० से गुणा करने पर उसके समस्त अंक अपने स्थान से बायीं ओर एक स्थान, १०० से गुणा करने पर दो स्थान और १००० से गुणा करने पर तीन स्थान हट जाते हैं।

२- किसी पूर्णांक को १० से भाग देने पर उसके समस्त अपने स्थान से दाहिनी ओर एक स्थान, १०० से भाग देने पर दो स्थान और १००० से भाग देने पर तीन स्थान हट जाते हैं।

अब मान लो हमें ९८७ को १० से भाग देना है। भागफल में ९ दहाई का स्थान और ८ इकाई का स्थान ले लेगा, परन्तु इकाई अंक ७ का भागफल कहाँ लिखा जायेगा ? इसके लिए हमें इकाई के दाहिनी ओर एक नया स्थान देना होगा जिसे हम दसवां भाग का स्थान कहते हैं। इसी प्रकार इसके ठीक और आगे दाहिनी ओर के स्थानों को हम क्रमशः सौवां भाग, हज़ारवां भाग आदि स्थान कहेंगे। ९८७ में १०, १०० या १००० से भाग देने पर अंकों के स्थान निम्नलिखित सारिणी के अनुसार हो जाते हैं।

	सैकड़ा	दहाई	इकाई	दसवाँ	सौवां	हजारवाँ
९८७	९	८	७			
९८७ ÷ १०		९	८	७		
९८७ ÷ १००			९	८	७	
९८७ ÷ १०००				९	८	७

किसी संख्या के अंकों का स्थानीय मान की जानकारी करने के लिए हमें इकाई का स्थान जान लेना चाहिए। अतः इकाई के ठीक दाहिनी ओर एक बिन्दु (दशमलव) रखकर इकाई का स्थान सुनिश्चित करते हैं। ऐसी संख्याएँ जिनमें दशमलव बिन्दु लगा होता है दशमलव कहलाती हैं।

निम्नलिखित सारणी में प्रत्येक स्थान पर लिखे ३ के स्थानीय मान को देखो

हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई	दसवाँ	सौवां	हजारवाँ	स्थानीय मान
३	३	३	३	३	३	३	

तीन हजारवाँ = $\frac{३}{१००}$ = .००३

तीन सौवां = $\frac{३}{१००}$ = .०३

तीन दसवाँ = $\frac{३}{१०}$ = .३

तीन इकाई = ३

तीन दहाई = ३०

तीन सैकड़ा = ३००

तीन हजार = ३०००

नीचे की सारणी में रिक्त स्थान में स्थानीय मान दशमलव में लिखो :

सैकड़ा	दहाई	इकाई		दसवाँ	सौवां	हजारवां	स्थानीय मान
		२	•	३			☐
	५	७	•	१	५		☐ ☐
३	२	६	•	७	३	२	☐ ☐ ☐ ☐

दशमलव संख्या को पढ़ना और लिखना

नीचे की सारणी को देखो :

हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई	दसवाँ	सौवां	हजारवां	दशमलव में लिखना	दशमलव में पढ़ना
		३	४	०			३४.०	चौतिस
			५	६			५.६	पांच दशमलव छः
			७	५	८		७.५८	सात दशमलव पाँच आठ

अभ्यास - ३४

मौखिक

१- नीचे की सारणी में लिखी हुई संख्याओं को दशमलव में पढ़ो-

	सैकड़ा	दहाई	इकाई	दसवां	सौवां	हजारवां
क	१	३	५	७		
ख		५	४	३	७	
ग			४	०	०	८
घ	४	३	२	१	३	४
ङ		७	५	४	३	६
च			१	०	३	४
छ	८	६	४	०	०	

२- निम्नलिखित संख्याओं को पढ़ो-

४.२, १३.५, ५३.५३, ०.४७, ०.०४७

३- निम्नलिखित प्रत्येक युग्म में कौन सी संख्या बड़ी है?

(.६, .८), (३.५, ३.४५), (०.४५, .०४५), (०.१, ०.९)

४- मान बताओ-

.३४ X १०, .०२३ X १००, १.५४१ X १०००

५- मान बताओ-

५३ ÷ १०, ३५ ÷ १००, ५५ ÷ १०००, ३.३ ÷ १०

धन (रुपये पैसे), लम्बाई, तौल और धारिता को दशमलव में लिखना :

धन का लेन देन रुपयों और पैसों में होता है। लम्बाई नापने की मुख्य इकाई मीटर, तौल की मुख्य इकाई ग्राम और धारिता की मुख्य इकाई लीटर है। मीटर से छोटी लम्बाई नापने की इकाई सेन्टीमीटर और मिलीमीटर है। सेंटी का अर्थ सौवां और मिली का अर्थ हजारवाँ है अतः तौल की ग्राम से छोटी इकाई डेसीग्राम, सेंटीग्राम और मिलीग्राम है। लीटर की छोटी इकाई डेसी लीटर, सेंटीलीटर और मिलीलीटर है।

बड़ी मापों एवं तोलों में मुख्य इकाई के दस गुने, सौ गुने तथा एक हजार गुने के लिए क्रमशः डेका, हेक्टो तथा किलो का प्रयोग करते हैं।

(i) नीचे की सारणी (क) में रुपये पैसों को रुपयों की दशमलव में लिखा गया है।

(क) रुपये	पैसे	दशमलव	कारण
१४	७५	रु०१४.७५	१०० पैसे = १ रुपया
५१	०७	रु०५१.०७	१ पैसा = $\frac{१}{१००}$ रुपये
३४	६०	रु०३४.६०	या १ पैसा = .०१ रुपये

रु० ६.४५ को छः रुपये पैंतालिस पैसे, रु० ८.०९ को आठ रुपये नौ पैसे, रु० ४.७० को चार रुपये सत्तर पैसे पढ़ते हैं।

सात रुपये सात पैसे को रु० ७.७ लिखना अशुद्ध होगा। सात रुपये सात पैसे को शुद्ध रूप से लिखने का ढंग रु० ७.०७ है।

(ii) हम जानते हैं कि १०० सेमी = १ मीटर

अतः एक सेमी एक मीटर का सौवाँ भाग है।

अर्थात् १ सेमी = $\frac{१}{१००}$ मी = ०.०१ मी

इसी प्रकार २ सेमी = $\frac{२}{१००}$ मी = ०.०२ मी

१० सेमी = $\frac{१०}{१००}$ मी = ०.१० या ०.१ मी

५६ सेमी = $\frac{५६}{१००}$ मी = ०.५६ मी = ०.५६ मी

अतः ७ मी ७७ सेमी को ७.७७ मी, ५ मी ५ सेमी को ५.०५ मी, ४ मी ४० सेमी को ४.४० मी लिखते हैं।

१० मिमी = १सेमी

१ मिमी = $\frac{१}{१०}$ सेमी = ०.०१

इसी प्रकार २ मिमी = $\frac{२}{१०}$ सेमी = ०.२ सेमी

७ मिमी $\frac{७}{१०}$ सेमी = ०.७ सेमी

अतः ३ सेमी ३ मिमी को ३.३ सेमी, ८ सेमी ९ मिमी को ८.९ सेमी, १७ मिमी को, १.७ सेमी लिखते हैं।

(ग) १००० मी = १किमी

१ मी = $\frac{१}{१००}$ किमी = ०.००१ किमी

इसी प्रकार २ मी = $\frac{२}{१००}$ किमी = ०.००२ किमी

१० मी = $\frac{१०}{१००}$ किमी = ०.०१० किमी

१८१ मी = $\frac{१८१}{१०००}$ किमी = ०.१८१ किमी

१०० मी = $\frac{१००}{१०००}$ किमी = ०.१०० किमी

अतः ८ किमी ६७५ मी को ८.६७५ किमी, ३ किमी ६५ मी को ३.०६५ किमी, ७ किमी ७ मी को ७.००७ लिखते हैं।

(iii) १००० ग्राम = १ किग्रा

१ ग्राम = $\frac{१}{१००}$ किग्रा = .००१ किग्रा

इस प्रकार ३ ग्राम = $\frac{३}{१००}$ किग्रा = .००३ किग्रा

२० ग्राम = $\frac{२०}{१०००}$ किग्रा = .०२० किग्रा

१०१ ग्राम = $\frac{१०१}{१०००}$ किग्रा = .१०१ किग्रा

अतः १० किग्रा ६७५ ग्राम को १०.६७५ किग्रा, ३ किग्रा ३० ग्राम को ३.०३० किग्रा और ८ किग्रा ८ ग्राम को ८.००८ किग्रा लिखते हैं।

(iv) १००० मिली = १ लीटर

१ मिली = $\frac{१}{१००}$ ली = .००१ ली

७ मिली = $\frac{७}{१००}$ ली = .००७ ली

५० मिली = $\frac{५०}{१०००}$ ली = .०५० ली

५५५ मिली = $\frac{५५५}{१०००}$ ली = .५५५ ली

अतः १७ ली १७१ मिली को १७.१७१, ६ ली ८ मिली को ६.००८ ली तथा ४ ली ४० मिली को ४.०४० ली लिखते हैं।

अभ्यास - ३५

१- निम्नलिखित प्रत्येक को दशमलव में लिखो:

(क) ५४ रुपये ४५ पैसे (ख) ७० रुपये ७ पैसे

(ग) १३ सेमी ४ मिमी (घ) ५ किग्रा ५००ग्राम

(ङ) १००८मिली (च) १३ किमी १३ मी

२- निम्नांकित को उचित इकाई में लिखो जैसे १२.०३४ किग्रा = १२ किग्रा ३४ ग्राम है

(क) ६.७५० ली (ख) २१.३५ मी

(ग) ९.००५ किमी (घ) ५.७ सेमी

३- मिताली ने स्टेशन पर अपना सामान बुक कराने के लिए मशीन से तौलवाया। सामान का वजन ६४ किग्रा २०० ग्राम था इस वजन को किलोग्राम में बताओ।

इकाई - १२
परिमिति

पिछले कार्य की पुनरावृत्ति :

१- रमेश के खेत का परिमाप ७० मीटर है। उसे खेत का एक चक्कर लगाने में कितना चलना पड़ेगा ?

२- राधे को अपना आयताकार बाग के चारों ओर एक फेरा तार लगाने में ८० मीटर तार खरीदना पड़ा। यदि खेत की लम्बाई ३० मीटर हो तो उसकी चौड़ाई ज्ञात करो।

३- एक तस्वीर की लम्बाई ३० सेमी और चौड़ाई २० सेमी है। जिसके किनारों पर अल्मूनियम की पत्ती लगानी है। पत्ती की लम्बाई मालूम करो।

निम्नलिखित प्रश्नों में सही उत्तर पर निशान लगाओ -

४- किसी आयताकार आकृति का परिमाप बराबर होता है; -

(क) उसकी लम्बाई और चौड़ाई के योग के

(ख) उसकी लम्बाई और चौड़ाई के गुणनफल के

(ग) लम्बाई और चौड़ाई के योग के दूने के

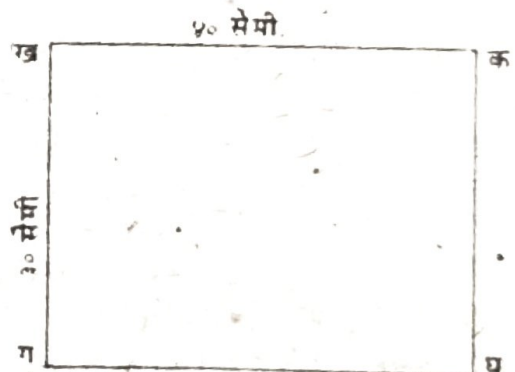
(घ) लम्बाई और चौड़ाई के योग के आधे के

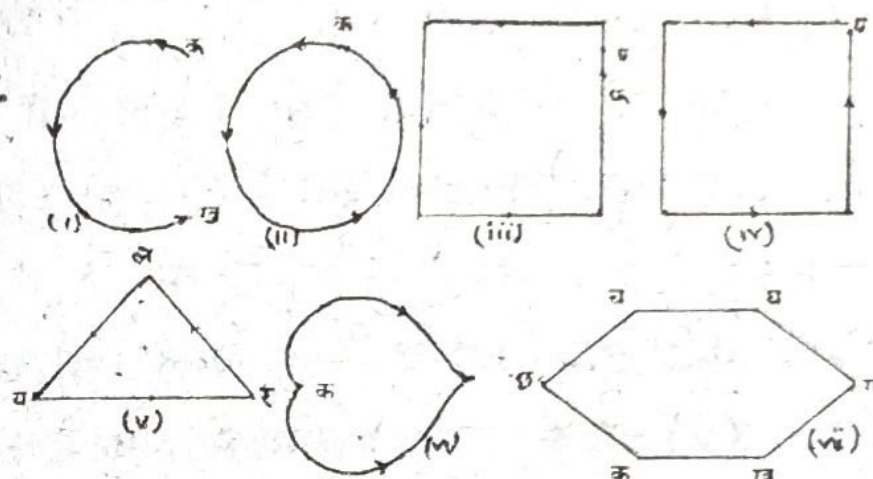
५- दिए गए चित्र में आकृति का परिमाप होगा

(क) १४० सेमी

(ख) १२० सेमी

(ग) ७० सेमी

(घ) १०० सेमी

चतुर्भुज, आयत, वर्ग और त्रिभुज की परिमिति :

पिछली कक्षा में तुम जान चुके हो कि किसी खेत की परिमिति (या परिमाप) उसके चारों ओर एक चक्कर में चली गई दूरी के बराबर होती है। अब नीचे दी गयी आकृतियों को ध्यानपूर्वक देखो -

आकृति (i) बिन्दु क से प्रारम्भ होती है तथा बिन्दु ख पर समाप्त हो जाती है

आकृति (ii) बिन्दु क से प्रारम्भ होकर पुनः बिन्दु क पर ही समाप्त हो जाती है

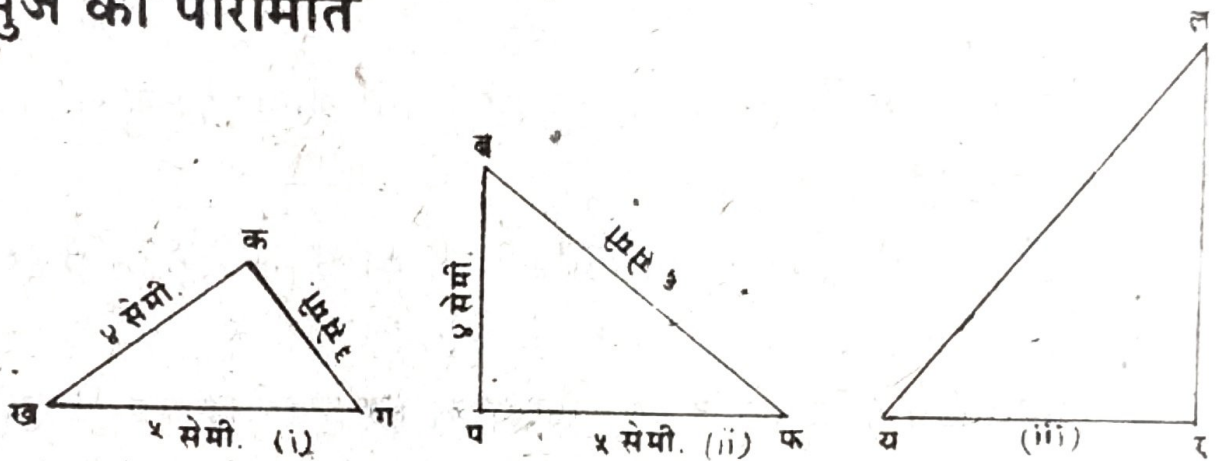
आकृति (iii) बिन्दु प से प्रारम्भ होती है किन्तु बिन्दु फ पर ही समाप्त हो जाती है

आकृति (iv) बिन्दु य से प्रारम्भ होकर पुनः य पर ही समाप्त होती है इसी प्रकार (v) य से प्रारम्भ होकर पुनः य पर ही समाप्त होती है ऐसी आकृतियों को, जो एक बिन्दु से प्रारम्भ होकर किसी अन्य बिन्दु पर समाप्त होती है, खुली आकृति कहते हैं। अतः ऊपर दी गई आकृतियां

(i) और (iii) खुली आकृतियां हैं। तथा ऐसी आकृतियों को, जो किसी बिन्दु से प्रारम्भ करके पुनः उसी बिन्दु पर समाप्त होती हैं, बन्द आकृति कहते हैं। इस प्रकार आकृति (ii), (iv) और (vi) बन्द आकृतियां हैं।

परिमिति :

किसी बिन्दु आकृति के किसी बिन्दु से चल कर १ चक्कर लगाकर पुनः उसी बिन्दु पर लौटने में जितनी दूरी चलनी पड़ती है, उसे उस आकृति की परिमिति या "परिमाप" कहते हैं। इस ज्ञान के आधार पर तुम किसी भी बन्द आकृति का "परिमाप" ज्ञात कर सकते हो। उपर्युक्त बन्द आकृतियों में भी दो प्रकार की आकृतियां हैं। वे आकृतियां जो वक्र रेखाओं से बनी हैं जैसे (ii) और (vi)। इनकी परिमिति तुम डोरे की सहायता से ज्ञात कर सकते हो। इसी प्रकार दूसरी प्रकार की आकृतियां वे हैं जो सरल रेखा खण्डों द्वारा बनी हैं जैसे (iv), (v) आदि। इनकी परिमिति तुम पटरी की सहायता से इनकी भुजाओं को नाप कर ज्ञात कर सकते हो।

त्रिभुज की परिमिति

उपर्युक्त त्रिभुजों को ध्यान पूर्वक देखो। चित्र (i) में क से ग की ओर चलकर पूरा चक्कर लगाने में कग, गख और खक भुजाओं के बराबर दूरी चलना पड़ेगा।

अतः

त्रिभुज कखग का परिमाप = ४ सेमी + ५ सेमी + ३ सेमी
= १२ सेमी

इसी प्रकार चित्र (ii) में दिए गए

प फ ब की परिमिति = पफ + फब + बप

= ५ सेमी + ६ सेमी + ४ सेमी

= १५ सेमी

चित्र (iii) में दिए गए त्रिभुज का परिमाप उसके किसी शीर्ष से किसी दिशा में चलकर ज्ञात किया जा सकता है। मान लो कोई कीड़ा ल से य की ओर चलकर त्रिभुज का पूरा चक्कर लगाता है तो उसके द्वारा चली गई दूरियों का योग = ल य + य र + र ल

अत:

त्रिभुज य र ल की परिमाप = ल य + य र + र ल

यदि य र ल की तीनों भुजाएं बराबर हों अर्थात् वह समबाहु हो तो उसकी परिमिति

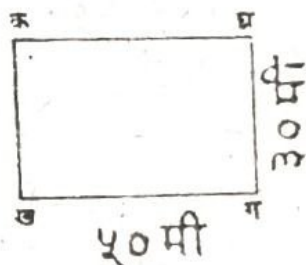
= ल य + य र + र ल

= ल य + ल य + ल य

= ३ X ल य

= ३Xभुजा की लम्बाई

आयत की परिमिति

नीचे दिए गए चित्र में रमेश का खेत दिखाया गया है। यह आयताकार है तथा खेत की प्रत्येक भुजा की लम्बाई उसके सामने लिख दी गई है। रमेश खेत का पूरा चक्कर लगाने के लिए खेत

के किसी कोने से चल सकता है। मान लो वह शीर्ष "ख" से "क" की ओर चलना प्रारम्भ करता है। उसे पूरा चक्कर लगाने

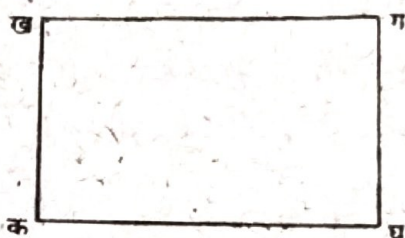
में घ क, क ख, ख ग और ग घ आदि दूरियां चलनी पड़ेगी। अतः उसके द्वारा चली गई

कुल दूरी = घ क + क ख + ख ग + ग घ

= (५० + ३० + ५० + ३०) मी०

= (२ × ५० + २ × ३०) मी०

= २ (५० + ३०) मी

इसी प्रकार नीचे दिए आयत क ख ग घ को देखो

इस आयत की परिमिति ज्ञात करने हेतु बिन्दु क से ऊपर की ओर चलकर क्रमशः कख, खग, गघ और घक दूरियां चलनी पड़ेंगी

अतः आयत कखगघ की परिमिति = कख + खग + गघ + घक

= कख + खग + कख + खग

= २ क ख + २ ख ग

= २ (कख + खग)

= २ (लम्बाई + चौड़ाई)

क्योंकि आयत क ख ग घ में कख = गघ तथा खग = घक

वर्ग की परिमिति:

तुम सीख चुके हो कि जब किसी आयत की लम्बाई और चौड़ाई बराबर होती है तो उसे वर्ग कहते हैं। प्रायः घरों में कमरों के फर्श अथवा खेत वर्गाकार होते हैं। इनकी परिमिति भी उनकी चारों भुजाओं की लम्बाईयों को जोड़कर निकाल सकते हैं। दिए गए वर्ग के चित्र को देखो: -

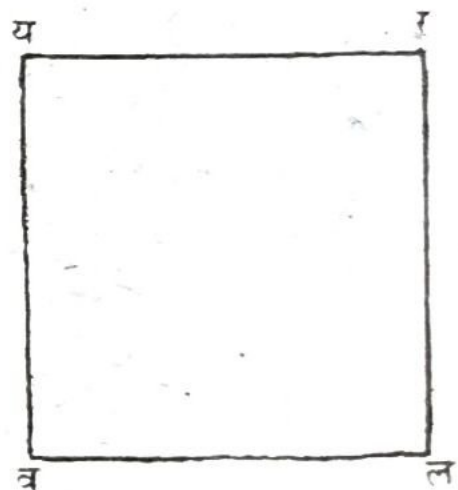
इसकी परिमिति = प फ + फ ब + ब भ + भ प

= २० सेमी + २० सेमी + २० सेमी + २० सेमी

= ४ X २० सेमी

= ८०सेमी

नीचे एक वर्गाकार खेत य र ल व का चित्र दिया गया है

चूँकि यह वर्ग है अतः इसकी भुजाएं परस्पर बराबर होगी। अर्थात् य र = र ल = ल व = व य

और वर्ग य र ल व की परिमिति = यर + रल + लव + वय

= यर + यर + यर + यर

= ४ X वर्ग की भुजा

अर्थात् वर्ग की परिमिति = ४ X वर्ग की भुजा

परिमिति पर वार्तिक प्रश्न: -

परिमिति से सम्बन्धित वार्तिक प्रश्न दैनिक जीवन की समस्याओं पर ही आधारित होते हैं। खेतों या वर्गों के चारों ओर चहार दीवारी बनाने अथवा तार खींचने, आयताकार या वर्गाकार मैदान के चारों

ओर दौड़ने आदि के प्रश्न परिमिति पर ही आधारित होते हैं। इन्हें हल करने की विधि निम्नलिखित उदाहरणों द्वारा स्पष्ट की गई हैं

उदाहरण १

उर्मिला ने अपनी मेज के मेजपोश के चारों किनारों पर गोट लगाई। मेजपोश की लम्बाई १२० सेमी और चौड़ाई ८० सेमी है। लगी हुई गोट की लम्बाई बताओ।

हल : मेजपोश आयताकार है जिसकी लम्बाई १२० सेमी और चौड़ाई ८० सेमी है

अतः मेजपोश का परिमाप = २ (लम्बाई + चौड़ाई)

= २(१२० + ८०)

= २ × २००

= ४०० सेमी

चूँकि गोट की लम्बाई, मेजपोश के परिमाप के बराबर होगी अंतः गोट की लम्बाई = ४०० सेमी अर्थात ४ मीटर

उदाहरण २

रमेश के फूलों की क्यारी तिकोनी है तथा इसकी भुजाएं क्रमशः १२० सेमी, १६० सेमी, २०० सेमी लम्बी हैं। वह इसके चारों ओर मेड़ बनाता है। मेड़ की लम्बाई निकालो।

हल : मेड़ की लम्बाई = खेत की तीनों भुजाओं का योग

= १२० सेमी + १६० सेमी + २०० सेमी

= ४८० सेमी

= ४.८० मीटर

उदाहरण ३

एक वर्गाकार खेत की प्रत्येक भुजा ८० मीटर है। इसके किनारे-किनारे एक पतली मेड़ बनी है। मेड़ की लम्बाई निकालो।

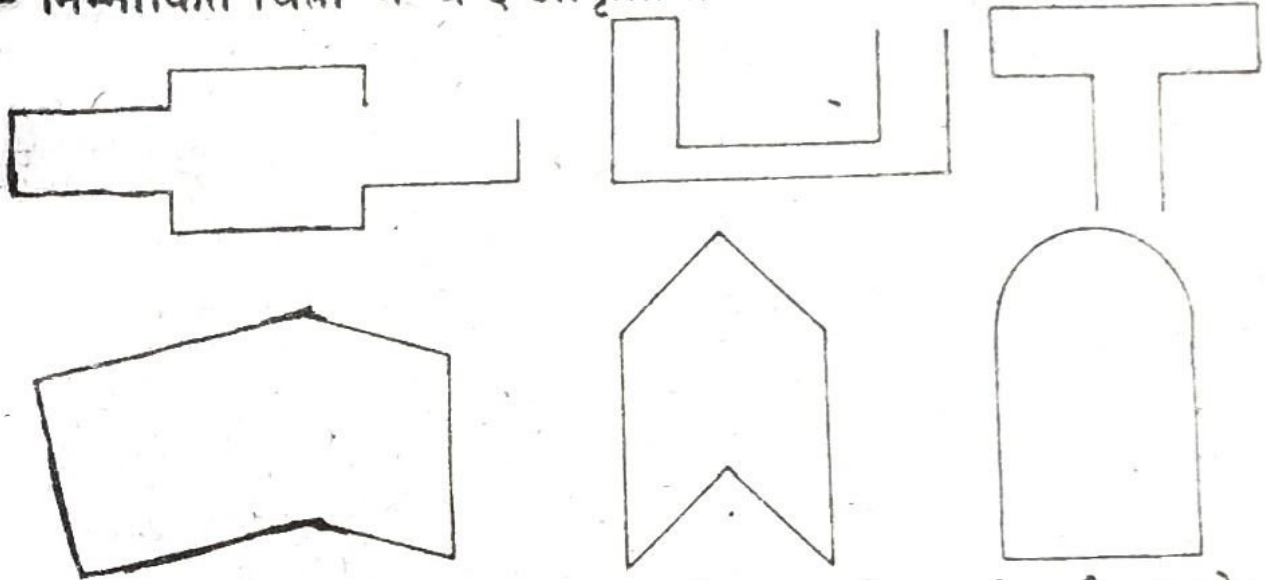
हल : चूँकि खेत वर्गाकार है

अतः खेत की परिमिति = ४ × भुजा

= ४ x ८० मी
= ३२० मी

मेड़ खेत के ठीक किनारे-किनारे बनी है
अत: मेड़ की लम्बाई भी ३२० मीटर होगी।

अभ्यास - ३६

१- निम्नांकित चित्रों में बन्द आकृतियां बतलाओ:-

२- एक वर्गाकार खेत की एक भुजा की लम्बाई ३० मीटर है। इसके चारों ओर एक दीवार का घेरा है। घेरे की लम्बाई निकालो।

३- एक वर्गाकार पार्क की प्रत्येक भुजा २२५ मीटर है। यदि तार का मूल्य ५.५० रु० प्रति मीटर हो तो इसके चारों ओर ३ फेरा तार लगाने का मूल्य निकालो।

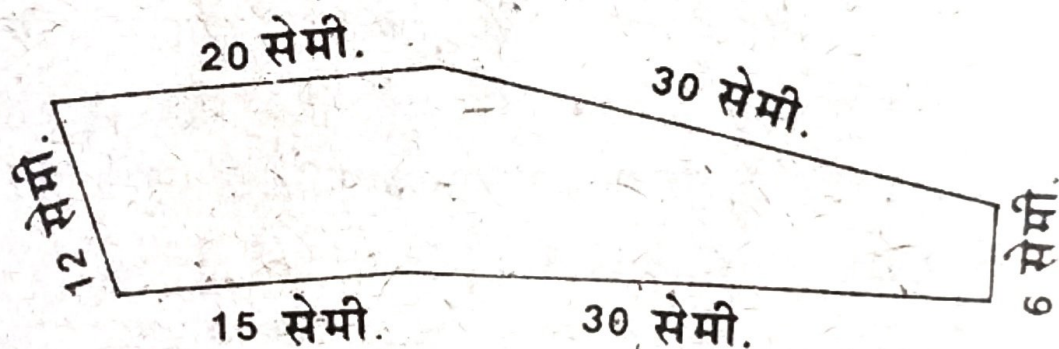
४- एक तिकोने पार्क की भुजाएं क्रमश: २१० मीटर, १८० मीटर और १५० मीटर है। उसके चारों ओर बाड़ लगाने का खर्च बताओ, यदि १ मीटर बाड़ का खर्च रु० १.५० प्रति मीटर हो।

५- एक खिलाड़ी ८०० मीटर की दौड़ लगाने हेतु एक आयताकार मैदान के चारों ओर दौड़ता है जिसकी लम्बाई ६० मीटर और चौड़ाई ४० मीटर है। बताओ उसे मैदान के कितने चक्कर लगाने पड़ेंगे?

६- सीता एक वर्गाकार मैदान के चारों ओर दौड़ती है जिसकी प्रत्येक भुजा १२० मीटर है। पार्वती एक आयताकार मैदान के चारों ओर दौड़ती है जिसकी लम्बाई ३० मीटर और चौड़ाई १५ मीटर है। २ चक्कर लगाने में उनके द्वारा चली गयी दूरियों का अन्तर बताओ।

७- एक लड़की एक षष्ठभुजीय पार्क के चारों ओर घूमती है जिसकी प्रत्येक भुजा ४० मीटर है। यदि वह एक पग में ५० सेमी चलती है तो बताओ पार्क का एक चक्कर लगाने में वह कितने पग चलेगी?

८- एक आयताकार खेत के मैदान की लम्बाई १०० मीटर है। उसके चारों ओर १ फेरा तार लगाने में रु० ३९०.०० खर्च होता है यदि तार का मूल्य रु० १.५० प्रति मीटर हो, तो मैदान की चौड़ाई ज्ञात करो।

९- नीचे एक पार्क का चित्र दिया गया है। प्रत्येक भुजा की लम्बाई उस पर लिख दी गई है। यदि तार का मूल्य रु० ४.०० प्रति मीटर हो, तो उसके चारों ओर ४ फेरा तार बाँधने का खर्च बताओ।

१०- एक लड़का एक खेल के आयताकार मैदान के ५ चक्कर लगाता है जिसकी लम्बाई और चौड़ाई क्रमशः ३०० मीटर और २५० मीटर है। उसके द्वारा चली गई कुल दूरी ज्ञात करो।

इकाई - १३

समय मापन

पिछले कार्य की पुनरावृत्ति:

निम्नलिखित में रिक्तियों को भरिये

१. (क) सोमवार के पहले..........होता है।

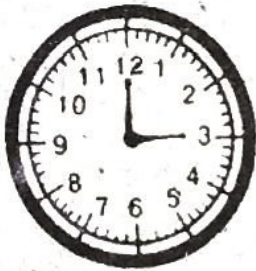
(ख) मार्च महीने के बाद.......महीना आता है।

(ग) सप्ताह में.........दिन होते हैं।

(घ) वर्ष में..........माह होते हैं।

(च) एक दिन में.........घण्टे होते हैं।

(छ) एक घण्टे में.........मिनट होते हैं।

२. निम्नलिखित घड़ियों के चित्र में कितने बजे हैं?

३. घड़ियों के डायल का अलग-अलग चित्र बनाकर उनमें नीचे दिए गए समय पर सुइयों की स्थिति दिखाओ: -

(क) ४ बजकर ३० मिनट पर

(ख) पौने दस बजे पर

(ग) २ बजकर ५० मिनट पर

(घ) १ बजकर २० मिनट पर

(च) साढ़े ६ बजे

४. बताओ-

(क) घण्टे की सुई कितने समय में डायल का १ चक्कर लगाती है?

(ख) मिनट की सुई कितने समय में डायल का १ चक्कर लगाती है?

(ग) मिनट की सुई ३ के चिह्न से ८ के चिह्न तक जाने में कितना समय लेगी?

(घ) जितने समय में घण्टे की सुई २ से ४ पर पहुँचेगी उतने समय में मिनट की सुई डायल के कितने चक्कर लगाएगी?

५- निम्नलिखित में खाली स्थान भरो-

(क) २ बजकर ४५ मिनट को .... तीन बजे कहते हैं

(ख) ८ बजकर १५ मिनट को .... आठ बजे कहते हैं

(ग) साढ़े पाँच बजे = ... बजकर .... मिनट

६- रामदीन अपने घर से विद्यालय के लिए ८.३० बजे निकला और सायं ३.३० बजे घर वापस आ गया। बताओ वह कितने समय तक घर के बाहर रहा ?

७- राजेन्द्र ठीक १० बजे रात को सो जाता है और पुनः ४ बजे सबेरे उठकर पढ़ता है। बताओ वह कितनें घण्टे सोता है ?

घड़ी से समय का पढ़ना

तुम्हे ज्ञात है कि घड़ी के डायल पर समान दूरी पर ६० निशान होते हैं। मिनट की सुई एक निशान से अगले निशान पर जाने में १मिनट का समय लेती है और इस प्रकार डायल का पूरा चक्कर ६० मिनट में लगाती है।

इस प्रकार

१घण्टा = ६० मिनट

पिछली कक्षा में तुमने उन्हीं स्थितियों में घड़ी से समय पढ़ना सीखा था, जब मिनट की सुई १ से १२ तक की किसी संख्या पर होती है। किन्तु अब तुम घड़ी से समय पढ़ना सीखोगे, मिनट की सुई चाहे जिस किसी चिह्न पर हो।

नीचे दिए गए घड़ी के डायलों को देखो :-

इसमें घड़ी के घण्टे की सुई १ से आगे है जो दर्शाता है कि १ बज चुका है। मिनट की सुई ५ के आगे दूसरे निशान पर है जो १२ से आगे गिनने पर २२ वें निशान पर है। अतः घड़ी द्वारा समय १ बजकर २२ मिनट है।

इस प्रकार घड़ी द्वारा समय देखने के लिए निम्नलिखित बातें देखते हैं:-

(१) घण्टे की सुई १ से १२ जिस संख्या को पार कर चुकी है वह घण्टा बतलाती है तथा

(२) मिनट की सुई १२ से आगे जिस छोटे चिह्न पर होती है, बड़ी सुई उतने मिनट बतलाती है।

इसके अतिरिक्त इलेक्ट्रानिक घड़ियों में, जिनमें सुईयां नहीं होती हैं, ' : ' चिह्न के बांयी ओर की संख्या घण्टा तथा दांयी ओर की संख्या मिनट कहलाती है।

जैसे - ३:३२ को ३ बजकर ३२ मिनट पढ़ते हैं।

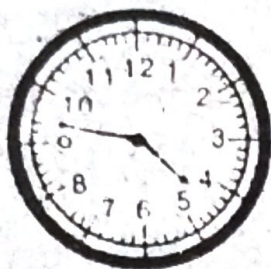
उदाहरण १

निम्नलिखित घड़ी के डायल द्वारा प्रदर्शित समय बताओ-

चित्र में घण्टे की सुई ८ से आगे निकल चुकी है जो ८ बजे बतलाती है। तथा मिनट की सुई १२ से आगे ३२ वें चिह्न पर है जो ३२ मिनट बतलाती है। इस प्रकार घड़ी द्वारा प्रदर्शित समय ८ बजकर ३२ मिनट है।

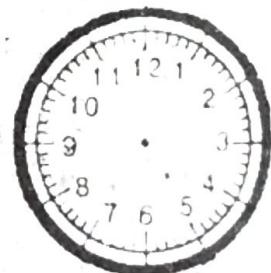
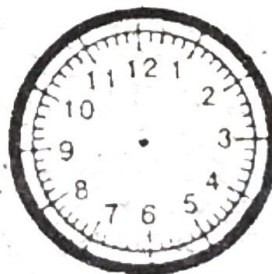
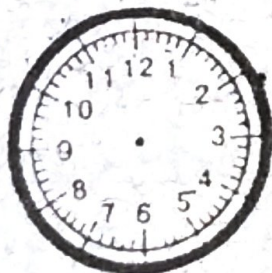
उदाहरण २

घड़ी का डायल बनाकर ४ बजकर ४८ मिनट पर घड़ी की सुइयों की स्थिति दिखाओ।

हल :

चूंकि ४ बजं चुके हैं अत: घण्टे की सुई ४ के आगे ४ और ५ के मध्य होगी। तथा मिनट कीं सुई, १२ के आगे ४८ वें खाने पर या (४५ + ३ अर्थात ८ x ५ + ३) ८ के आगे तीसरे चिह्न पर होगी। अत: डायल पर सुइयों की स्थिति निम्न प्रकार होगी। जो ४ बज कर ४८ मिनट को बताती है।

अभ्यास - ३७

१- निम्नलिखित डायलों द्वारा प्रदर्शित समय बताओ: -

२- निम्नलिखित डायलों पर दिए गए समय पर सुइयों की स्थिति दिखाइये :-

३ : ३२   ६ : २४   १० : ५४   २ : ४६

ड़ी की मिनट और घण्टे की सुइयों की चाल में सम्बन्ध :

तुम्हें मालूम हो चुका है कि घण्टे की सुई १ से २ के चिह्न र (जिनके बीच ५ खाने हैं) १ घण्टे में आती है। इस प्रकार वह यल पर बने ५ खाने १ घण्टा (६० मिनट) में चलती है।

त: घण्टे की सुई १ खाना १२ मिनट में चलती है जब कि मिनट ो सुई १ खाना १ मिनट में चलती है। इस प्रकार हम कह सकते कि मिनट की सुई की गति, घण्टे की सुई का १२ गुना है।

इस ज्ञान के आधार पर किसी घड़ी के द्वारा, जिसमें केवल ण्टे की सुई ही हो तो, तुम निम्न विधि से समय ज्ञात कर सकते ं:-

दाहरण १

निम्नलिखित पर घण्टे की सुई की स्थिति दिखाई गई है। मिनट ी सुई गिर गई है। प्रदर्शित समय बताओ।

उपर्युक्त डायल में घण्टे की सुई ३ का चिह्न पार कर चुकी है अत: ३ बज चुके हैं। पुन: वह ३ के आगे तीसरे निशान पर है इस प्रकार ३ X १२ = ३६ मिनट और हो चुके हैं। इस प्रकार घड़ी द्वारा प्रदर्शित समय ३ बज कर ३६ मिनट है।

उदाहरण २

किसी घड़ी में ८ बजकर ४८ मिनट हैं। घड़ी का डायल बनाकर उसके घण्टे की सुई की स्थिति सही-सही दिखलाओ।

हल :

चूँकि घड़ी में ८ बज चुके हैं अत: घण्टे की सुई ८ से आगे किन्तु ९ के पहले होगी।

पुन: ४८ मिनट भी गुजर चुके हैं, अत: घण्टे की सुई ४८ ÷ १२ = ४ खाने आगे बढ़ चुकी होगी। अत: घण्टे की सुई की स्थिति निम्नलिखित होगी :-

समय प्रदर्शन में पूर्वाह्न तथा अपराह्न का प्रयोग :

अह्न = दिन

अत: पूर्वाह्न, अपराह्न दिन में ही चल सकता है। रात्रि में नहीं प्रात:, दोपहर, सायं, रात्रि का प्रयोग करें। नोट यह दे सकते हैं कि अंग्रेजी में १२ बजे रात्रि के बाद से दिन के १२ बजे के पूर्व के समय को पूर्वाह्न तथा १२ बजे दिन के बाद से रात्रि के १२ बजे के पहले के समय को अपराह्न कहते हैं।

नीचे दिए गए घड़ी के चित्र को देखो:

इसमें १० बजे हैं। १० बजे प्रात: तुम्हारा विद्यालय खुलता है और १० बजे रात तुम सो जाते हो। किन्तु उपर्युक्त घड़ी से यह ज्ञात नहीं होता है कि इसके द्वारा प्रदर्शित समय १० बजे प्रात: है या १० बजे रात्रि। क्योंकि घण्टे की सुई २४ घण्टे में दो बार १० बजाती है।

इसी प्रकार तुम ५ बजे प्रात: सोकर उठते हो अत: तुम्हारे उठने का समय ५ बजे पूर्वाह्न होगा तुम ८:३० बजे प्रात: स्कूल जाते हो अत: तुम्हारे स्कूल जाने का समय ८:३० बजे पूर्वाह्न है। तुम्हारे पिता जी शाम ५ बजे कार्यालय से लौटते हैं अत: उनके लौटने का समय ५ बजे अपराह्न है। इसी प्रकार तुम्हारे खेलने जाने का समय ५:३० बजे अपराह्न होगा।

अभ्यास - ३८

१- निम्नांकित समय को पूर्वाह्न या अपराह्न में लिखो-

(क) ६-३० बजे सायं

(ख) ४-३० बजे प्रातः

(ग) ११-४५ बजे प्रातः

(घ) ११-४५ बजे सायं

(ङ) ९-५० बजे रात्रि

२- निम्नलिखित समय को पूर्वाह्न या अपराह्न में बतलाओ-

(क) प्रातः काल अपने उठने का समय

(ख) सायं अपने सोने का समय

(ग) शाम अपने खेलने जाने का समय

(घ) विद्यालय जाने का समय

(ङ) विद्यालय से लौटने का समय

(च) प्रातः भोजन का समय

(छ) सायं पढ़ना प्रारम्भ करने का समय

३- निम्नलिखित समय के ३ घण्टे पूर्व का समय बताओ-

(क) १२ बजे दोपहर

(ख) ८-३० बजे अपराह्न

(ग) ४-३० बजे पूर्वाह्न

(घ) १ बजे पूर्वाह्न

४- निम्नलिखित समय के ४ घण्टे बाद का समय क्या होगा?

(क) १२ बजे अर्ध रात्रि

(ख) ९ बजे अपराह्न

(ग) ६-४५ बजे पूर्वाह्न

(घ) १२ बजे मध्याह्न

२४ घण्टे वाली घड़ी का समय :

तुम ऊपर समय को पूर्वाह्न तथा अपराह्न में व्यक्त करना सीख गए हो। किन्तु इस विधि द्वारा व्यक्त समय में पूर्वाह्न तथा अपराह्न लिखने के कारण टाइम टेबुलों में स्थान अधिक घिर जाता है तथा प्राय: भ्रम होने का डर भी बना रहता है। इस शंका के निवारण के लिए कुछ विभाग जैसे रेलवे, विमान सेवा, रक्षा विभाग आदि अपनी समय सारिणियों में २४ घण्टे वाली घड़ी का प्रयोग करते हैं। इन घड़ियों में तारीख रात १२ बजे के बाद से बदलती है और सामान्य घड़ियों की भाँति ठीक दोपहर को १२:०० बजता है किन्तु सामान्य घड़ियों के विपरीत इनमें समय १२ बजे दोपहर के बाद भी लगातार बढ़ता ही जाता है। इस प्रकार -

१२ मध्याह्न = १२.०० बजे
१ अपराह्न = १३.०० बजे
२ अपराह्न = १४.०० बजे
५ अपराह्न = १७.०० बजे
९.२५ अपराह्न = २१.२५ बजे
१२ अर्द्धरात्रि = २४.०० बजे
२.४५ पूर्वाह्न = ०२.४५ बजे आदि

इस घड़ी के अनुसार बनी रेलवे की निम्नलिखित समय सारिणी को देखो:-

हावड़ा स्टेशन से दूरी किमी			२८६० गीतांजलि एक्स	८०३० वाम्बे एक्स	८००२ बाम्बे मेल
	हावड़ा	जा	१३२५	१२१५	२०१५
११६	खड़गपुर	आ	१५१५	१४३०	२२००
		जा	१५१७	१४४०	२२०५
२५१	टाटानगर	आ	१७२०	१७५५	०१०
		जा	१७२७	१८०५	०१५
४१५	राउरकेला	आ	१८५८	२११०	२५५
		जा	२००५	२१२०	३००
७२०	विलासपुर	आ	०३०	२५०	७४५
		जा	०४०	३००	७५५
८६८	दुर्ग	आ	३०५	६१५	१०३५
		जा	३२०	६३०	१०५०
११३८	नागपुर	आ	७३५	१२०५	१५४५
		जा	७५०	१२३०	१६००

आ = आने का समय, जा = छूटने का समय

उपर्युक्त सारिणी के प्रथम स्तम्भ के विभिन्न स्टेशनों की प्रारम्भिक स्टेशन हावड़ा से किलोमीटर में दूरियाँ दर्शायी गयी हैं:- जैसे हावड़ा से टाटानगर की दूरी २५१ किमी, हावड़ा से विलासपुर की दूरी ७२० किमी और हावड़ा से नागपुर की दूरी ११३८ किमी आदि।

दूसरे स्तम्भ में उन प्रमुख स्टेशनों के नाम दिए गए हैं जो हावड़ा से चलने पर गाड़ी के मार्ग में पड़ते हैं। प्रत्येक स्टेशन के दाहिनी ओर अक्षर आ और जा अंकित हैं जो उस स्टेशन पर गाड़ी का पहुँचना और छूटना दर्शाते हैं। तीसरे स्तम्भ में प्रत्येक स्टेशन पर गाड़ी के पहुँचने और छूटने के समय अंकित हैं।

अब गाड़ी नं० २८६० गीतांजलि एक्सप्रेस को देखो। हावड़ा से इस गाड़ी का छूटना १३.२५ बजे अंकित है। अतः यह गाड़ी १३.२५ - १२ = १.२५ बजे अपराह्न पर छूटती है। इस गाड़ी के टाटानगर में पहुँचने और छूटने के समय क्रमशः १७.२० बजे और १७.२७ बजे अंकित हैं। सामान्य घड़ी के अनुसार पहुँचने का समय १७.२० - १२ = ५.२० बजे अपराह्न होगा तथा छूटने का समय १७.२७ - १२ = ५.२७ बजे अपराह्न होगा। इसी प्रकार सामान्य घड़ी के अनुसार इस गाड़ी के नागपुर पहुँचने तथा वहाँ से छूटने के समय क्रमशः ७.३५ प्रातः तथा ७.५० बजे प्रातः होंगे।

इसी प्रकार उपर्युक्त सारिणी में दो और गाड़ियों बाम्बे एक्सप्रेस तथा बाम्बे मेल का वर्णन दिया गया है। तुम अपनी कापी पर इनके विभिन्न स्टेशनों पर पहुँचने और छूटने के समय पूर्वाह्न तथा अपराह्न में लिखो।

गाड़ी बाम्बे मेल हावड़ा से १२.१५ बजे पूर्वाह्न (दोपहर) को छूटती है। खड़गपुर पहुँचने और वहाँ से छूटने के समय क्रमशः १४.३० और १४.४० दर्शाए गए हैं जो साधारण घड़ी के अनुसार २.३० अपराह्न और २.४० बजे अपराह्न हैं। इसी प्रकार साधारण घड़ी के अनुसार यह गाड़ी राउरकेला ६.१० बजे अपराह्न पर पहुँचती है और ६.२० बजे अपराह्न पर छूटती है तथा नागपुर १२.०५ बजे अपराह्न पर पहुँचती है और १२.३० बजे अपराह्न पर छूटती है। तीसरी गाड़ी बाम्बे मेल का हावड़ा से छूटना २०.१५ दिखाया गया है। यह ८.१५ बजे अपराह्न है तथा नागपुर पहुँचने का समय १५.४५ अर्थात् ३.४५ अपराह्न है।

अब नीचे दिए गए वायुसेवा सारिणी को देखो:-

	वायुयान - १	वायुयान - २
दिल्ली	०७.३०	११.३०
जयपुर	०९.५०	१३.५०
बम्बई	११.००	१५.००

सारिणी में दिल्ली से जयपुर होकर बम्बई जाने वाले दो वायुयानों का वर्णन है।

पहला वायुयान दिल्ली से ७.३० बजे पूर्वाह्न पर उड़ान भरता है, ८.५० बजे पूर्वाह्न पर जयपुर पहुँचता है तथा ११.०० बजे पूर्वाह्न बम्बई पहुँचता है।

इस प्रकार दूसरा वायुयान दिल्ली से ११.३० बजे पूर्वाह्न उड़ान भरता है, १३.५० पर (१.५० बजे अपराह्न) जयपुर तथा १५.०० पर (३.०० बजे अपराह्न) बम्बई पहुँचता है।

इस प्रकार २४ घण्टे वाली घड़ी बहुत ही लाभदायक है। इसमें कोई भी समय ४ अंकों में प्रदर्शित किया जाता है जिसमें पहले दो अंक घण्टे तथा अन्तिम २ अंक मिनट बतलाते हैं। इस परिपाटी के कुछ निम्नलिखित नियम हैं:-

१- १२ बजे मध्यरात्रि को ००.०० बजे या २४.०० बजे लिखा जाता है

२- १२ बजे दोपहर को १२.०० बजे लिखा जाता है

३- यदि पहले दो अंकों का मान १२ से कम है तो वह दोपहर से पहले का समय पूर्वाह्न और यदि १२ से अधिक है तो दोपहर के बाद का समय अपराह्न प्रदर्शित करता है।

उपर्युक्त ज्ञान के आधार पर नीचे दिए गए प्रश्नों को हल करो-

अभ्यास - ३८

१- नीचे दिए गए समय को सामान्य समय पूर्वाह्न, अपराह्न में बदलो-

(क) १०.२० बजे १०.२० बजे पूर्वाह्न

(ख) २१.४५ बजे

(ग) २३.०० बजे

(घ) ०६.०० बजे

(ङ) १८.०५ बजे

(च) ००·३० बजे

(छ) २४·०० बजे

२- निम्नलिखित समय २४ घण्टे वाली घड़ी के समय में बदलो-

(क) ६.३० बजे अपराह्न

(ख) १.१५ बजे पूर्वाह्न

(ग) १२ बजे मध्याह्न

(घ) ६.५० बजे पूर्वाह्न

(ङ) ११.३० बजे अपराह्न

३- रेलवे समय सारिणी के अनुसार सिद्धेश्वरी एक्सप्रेस कल्याण रेलवे स्टेशन पर २३.४५ पर आती है और ००.१५ बज छूटती है। सामान्य घड़ी के अनुसार इस गाड़ी के आने और छटने का समय बताओ।

४- साधारण घड़ी और २४ घण्टे वाली घड़ा दोनों के अनुसार समय बताओ-

(क) प्रात: काल अपने उठने का समय ।

(ख) अपने विद्यालय जाने का समय

(ग) अपने पिता जी के दफ्तर जाने का समय

(घ) पिताजी के दफ्तर से लौटने का समय

(ङ) अपने विद्यालय से लौटने का समय

(च) शाम के नाश्ते का समय

(छ) शाम पढ़ना प्रारम्भ करने का समय

(ज) शाम के भोजन करने का समय

(झ) रात्रि में सोने का समय

५- निम्नलिखित समय को सामान्य घड़ी के समय में बदलो:-

(क) ००.०० बजे

(ख) २४.०० बजे

(ग) १२.३० बजे

(घ) १३.४५ बजे

(ङ) ०७१० बजे

(च) १८.१० बजे

६- निम्नलिखित समय को २४ घण्टे वाली घड़ी के समय में बदलो:-

(क) १२ बजे मध्यरात्रि १२ (घ) बजे दोपहर

(ख) १२.३० बजे अपराह्न (ङ) ४.४० बजे अपराह्न

(ग) १०.१५ बजे अपराह्न (च) ६.४५ बजे पूर्वाह्न

७- नीचे दिए गए समय को पूर्वाह्न या अपराह्न में लिखो:-

(क) ९.०० बजे रात्रि

(ख) ९.२० बजे प्रात:

(ग) ११.३० बजे प्रात:

(घ) रात्रि के साढ़े ग्यारह बजे

(ङ) रात्रि के पौने एक बजे

८- नीचे एक रेलवे समय सारिणी दी गई है:-

स्टेशन		गाड़ी का समय
इलाहाबाद	आ	१७.००
	जा	१७.२०
फतेहपुर	आ	२०.३०
	जा	२०.३५
कानपुर	आ	२२.१५
	जा	२२.३५

९- निम्नलिखित का मान निकालो:-

(क) इलाहाबाद से फतेहपुर पहुँचने का समय

(ख) इलाहाबाद आने और कानपुर से छूटने के समय का अन्तर

किसी कार्य की अवधि की गणना :

अब निम्नलिखित समस्या पर विचार करो :

"एक गाड़ी के स्टेशन पहुँचने का समय ५.४८ है वह ३ घण्टा ३२ मिनट देर से पहुँचती है। बताइये वह कितनें बजे स्टेशन पहुँची।"

उपर्युक्त समस्या से स्पष्ट है कि स्टेशन पर पहुँचने का समय ५.४८ में ३.३२ जोड़ने पर ही प्राप्त होगा।

इसी प्रकार की अनेक समस्याएं दैनिक जीवन में आती रहती हैं जिनमें घण्टा और मिनट अथवा दिन और माह में दिए गए समय को जोड़ना पड़ता है। इस प्रकार के योग में पहले मिनटों को जोड़ लेते हैं। यदि इनका योग ६० से अधिक होता है तो उसे घण्टे में बदल कर घण्टों के योग में जोड़ देते हैं।

अत: उपर्युक्त प्रश्न में

मिनटों का योग = ४८ + ३२ = ८०मिनट

= ६०मिनट + २०मिनट

= १घण्टा + २० मिनट

घण्टों का योग = ५ + ३ + १ = ९घण्टा

गाड़ी के पहुँचने का समय ९.२० होगा

इसे संक्षिप्त रूप से ऐसे लिखते हैं

	घण्टा	मिनट
	५	४८
+	३	३२
	९	२०

उदाहरण १

योगफल ज्ञात कीजिए: -

५ घण्टा १८ मिनट और ६ घण्टा ३२ मिनट का

हल:

	घण्टा	मिनट
	५	१८
+	६	३२
	११	५०

योग = ११ घण्टा ५० मिनट

उदाहरण २

एक विद्यालय ९.४५ पूर्वाह्न प्रारम्भ होता है तथा ५ घण्टा ३० मिनट तक खुला रहता है। बतलाइये यह कितने बजे बन्द होता है ?

विद्यालय ९.४५ पूर्वाह्न के ५ घण्टा ३० मिनट बाद बन्द होता है अतः दोनों समयों को जोड़ने पर विद्यालय बन्द होने का समय प्राप्त होगा-

घण्टा	मिनट
९	४५
+ ५	३०
१४	७५

या १५ घण्टा १५ मिनट
= ३ बजकर १५ मिनट

अतः विद्यालय ३.१५ अपराह्न पर बन्द होता है।

उदाहरण ३

राधे ने एक कारखाने में १५ जून से कार्य करना प्रारम्भ किया। उसने कुल २२ दिन काम करके नौकरी छोड़ दी। बताओ उसने किस तारीख को नौकरी छोड़ी।

(नोटः- दिनों की गणना में जिस दिन से कार्य प्रारम्भ होता है उस दिन की गणना भी की जाती है)

अब जून के महीने में उसके कार्य दिवस = १६

∴ शेष कार्य दिवस = २२ - १६ = ६

अतः उसने ६ दिन अगले माह जुलाई में काम किया

अतः दिनांक ७ जुलाई से काम पर नहीं गया।

उदाहरण ४

कणिका नें किसी विद्यालय में ७ जुलाई १९९९ को प्रवेश लिया किन्तु किसी कारणवश १० सितम्बर को विद्यालय छोड़ दिया। बताओ

वह कुल कितने दिनों तक विद्यालय में रही ?

हल :

जुलाई में उसकी उपस्थिति = २५ दिन
(७ जुलाई को मिलाकर)
अगस्त में उपस्थिति = १ माह
सितम्बर में उपस्थिति = ९ दिन
(१० सितम्बर को छोड़ कर)

अत: विद्यालय में कुल उपस्थिति = १माह ३४ दिन
= २माह ४ दिन

अभ्यास - ४०

१- निम्नलिखित समयान्तरालों को जोड़िए: -
(क) ६ घण्टा ४० मिनट और ४ घण्टा १० मिनट
(ख) ३ माह ८ दिन और ७ माह १५ दिन
(ग) ४ वर्ष ८ माह और ८ वर्ष २ माह

२- निम्नलिखित का योगफल ज्ञात कीजिए: -
(क) ६ माह ८ दिन तथा ८ माह १९ दिन
(ख) १४ घण्टे ४० मिनट तथा १५ घण्टे २० मिनट
(ग) ६ वर्ष १० माह तथा १० वर्ष ६ माह

३- कितने बजेंगे: -
(क) १२ बजे मध्याह्न के ६ घण्टे बाद
(ख) ५.३० बजे अपराह्न के ३ घण्टा ३० मिनट के बाद
(ग) ७.३० बजे पूर्वाह्न के ४ घण्टा १५ मिनट बाद

४- श्याम के पिता उसके फार्म पर गए। पहले वह ३ घण्टा ४० मिनट कार से चले फिर १ घण्टा ३० मिनट पैदल। बताइये वह घर से निकलने के कितने समय बाद फार्म पर पहुँचे ?

५- एक सिनेमा शो ३.३० बजे अपराह्न पर प्रारम्भ हुआ और २ घण्टे १५ मिनट चला। बताओ शो कितने बजे समाप्त हुआ?

६- कालका मेल इलाहाबाद से ५.४५ बजे अपराह्न पर छूटती है। वह मुगलसराय पहुँचने में ३ घण्टा १५ मिनट लेती है। बताओ वह मुगलसराय कितने बजे पहुँचती है ?

७- पल्लवी अपने स्कूल के लिए घर से ७.२० बजे पूर्वाह्न पर निकली उसे विद्यालय पहुँचने में ५० मिनट लगे। बताओ वह कितने बजे स्कूल पहुँची।

८- योगफल ज्ञात करो: -

(क) ८ वर्ष ८ माह तथा ४ वर्ष ६ माह

(ख) ६ घण्टा ३० मिनट और ५ घण्टा ४० मिनट

(ग) ७ वर्ष ९ माह और ६ वर्ष ३ माह

९- क्या समय होगा ?

(क) १८.४० बजे के ५ घण्टा बाद

(ख) १८.४५ बजे के २ घण्टा २५ मिनट बाद

(ग) १६.५५ बजे के १० मिनट बाद

१०- राजेन्द्र ने ९ जुलाई १९८९ को किसी विद्यालय में काम करना शुरू किया किन्तु उसने १५ दिन बाद ही काम छोड़ दिया। बताओ उसने किस तारीख से नौकरी छोड़ी।

११- अब्दुल का विद्यालय २१ मई से ग्रीष्मावकाश के कारण बन्द हो गया यदि ग्रीष्मावकाश की अवधि ५२ दिन हो तो बताओ स्कूल किस माह में और कितनी तारीख को खुला?

१२- माया ने एक विद्यालय में १० जुलाई १९८७ को प्रवेश लिया और १९८९ में ३० जून को विद्यालय छोड़ दिया। बताओ वह कुल कितने समय तक उस विद्यालय में रही ?

तुमने ऊपर घण्टा-मिनट, माह-दिन अथवा वर्ष-माह में दिए गए समयान्तरालों का योग सीख लिया है। किन्तु दैनिक जीवन में ऐसी भी समस्याएं आती हैं जिनमें इन समयान्तरालों को परस्पर घटाना पड़ता है। जैसे निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट है:-

उदाहरण १

दिनेश अपने घर से बाजार के लिए ३.३० बजे अपराह्न पर चला। वह बाजार करके घर ८.४५ बजे अपराह्न पर लौट आया। बताओ वह कितने समय तक घर के बाहर रहा ?

उपरोक्त उदाहरण से स्पष्ट है कि घर से बाहर रहने का समय निकालने के लिए ८ घण्टा ४५ मिनट में से ३ घण्टा ३० मिनट घटाना होगा। इस क्रिया में पहले मिनटों को परस्पर घटाते हैं और पुन: घण्टों को परस्पर घटा देते हैं।

इस प्रकार ४५ मिनट - ३० मिनट = १५ मिनट

तथा ८ घण्टा - ३ घण्टा = ५ घण्टा

अत: उसके घर से बाहर रहने का समय = ५घण्टा १५मिनट

उदाहरण २

५ घण्टा २० मिनट से ३ घण्टा ४० मिनट घटाओ।

हल :

इस प्रश्न में स्पष्ट है कि २० मिनट से ४० मिनट घटाए नहीं जा सकते हैं अत: ५ घण्टा से १ घण्टा (६० मिनट) उधार लेकर २० मिनट में जोड़ने पर ८० मिनट हो जाते हैं जिससे ४० मिनट घटाये जा सकते हैं अत:

५ घण्टा २० मिनट = ४ घण्टा ८० मिनट

इससे ३ घण्टा ४० मिनट घटाने पर

८०मिनट - ४० मिनट = ४० मिनट

तथा ४ घण्टा - ३ घण्टा = १ घण्टा

अतः दिए गए समयान्तरालों का अन्तर = १ घण्टा ४० मिनट
इसे संक्षिप्त रूप से निम्नलिखित ढंग से लिखते हैं

	घण्टा	मिनट
	५	२०
-	३	४०
	१	४०

उदाहरण ३

प्रयागराज एक्सप्रेस रात ९.१० बजे इलाहाबाद से छूटती है और प्रातः ६.२० पर नई दिल्ली पहुँचती है। गाड़ी नई दिल्ली पहुँचने में कितना समय लेती है ?

हल :

गाड़ी द्वारा अर्धरात्रि से पहले लिया गया समय
= १२ घण्टे - ९ घण्टा १० मिनट
= ११ घण्टा ६० मिनट - ९ घण्टा १० मिनट
= २ घण्टा ५० मिनट

गाड़ी द्वारा अर्धरात्रि के बाद लिया गया समय
= ६ घण्टा २० मिनट

गाड़ी द्वारा लिया गया कुल समय
= २ घण्टा ५० मिनट
+ ६ घण्टा २० मिनट

८ घण्टा ७० मिनट = ९ घण्टा १० मिनट

उदाहरण ४

हरी के पिता कलकत्ता के लिए १४ मई १९८८ को निकले और १५ जुलाई ८८ को वापस आए। बताओ वह कुल कितने दिन बाहर रहे ?

हल :

मई माह में बाहर रहने के दिवस = ३१ - १३ = १८दिन

जून में बाहर रहने के दिवस = ३० दिन

जुलाई में बाहर रहने के दिवस = १४ दिन

अतः बाहर रहने के कुल दिवस = ६२ दिन

उदाहरण ५

१.१० पूर्वाह्न के ४ घण्टा ३० मिनट पहले का समय क्या था ?

हल :

२४ घण्टे वाली घड़ी के द्वारा १.१० बजे अपराह्न का समय = १३.१० बजे होगा

अब १३.१० में से ४ घण्टा ३० मिनट घटाने पर:-

घण्टा	मिनट
१३	१०
- ४	३०
८	४०

अतः अभीष्ठ समय ८.४० बजे पूर्वाह्न था।

अभ्यास - ४१

१- निम्नलिखित तिथियों के मध्य समय ज्ञात करो :-

(क) अप्रैल १५ और जुलाई १५

(ख) जनवरी ७ और मार्च २४

(ग) १५ अगस्त १९८० और १० अगस्त १९८१ के मध्य

२- निम्नलिखित के मध्य अन्तर ज्ञात करो:-

(क) ९.४५ बजे अपराह्न और ११.२५ बजे अपराह्न

(ख) ९.४० बजे पूर्वाह्न और ६.३० बजे अपराह्न

(ग) १०.४५ बजे अपराह्न और अगले २.३० बजे पूर्वाह्न

(घ) ११.१० बजे पूर्वाह्न और ६.४५ बजे अपराह्न

३- रमेश के पिता जी बाजार के लिए घर से गए और ७.४० बजे अपराह्न पर वापस गए। यदि वह कुल २ घण्टा ३० मिनट घर से बाहर रहे हों तो बताओ वह कितने बजे घर से निकले थे ?

४- हाकी का एक मैच ५.३० बजे अपराह्न पर समाप्त हुआ। यदि वह १ घण्टा २० मिनट चला हो तो बताओ वह किस समय प्रारम्भ हुआ था ?

५- निम्नलिखित समय के ३ घण्टा ३० मिनट पहले क्या समय था?

(क) ९ बजे पूर्वाह्न

(ख) ६.२० बजे अपराह्न

(ग) १.२० बजे अपराह्न

(घ) १.३० बजे पूर्वाह्न

इकाई - १४

कैलेण्डर की बनावट

कैलेण्डर तुम सभी ने देखा है इसके ऊपर भाग में सुन्दर चित्र बने होते हैं और नीचे की ओर कुछ कागज लगे होते हैं जिन पर उस वर्ष के प्रत्येक माह में विभिन्न दिनों पर पड़ने वाली तारीखें अंकित होती हैं। वास्तव में इस नीचे वाले भाग को ही ''कैलेण्डर'' कहते हैं। तुम इसके लाभों से भी परिचित हो। इसकी सहायता से किसी विशेष माह में रविवार को पड़ने वाले दिनांक, किसी दिनांक विशेष को पड़ने वाला दिन अथवा उस माह के छुट्टी के दिन आसानी से निकाले जा सकते हैं।

तुम्हें ज्ञात है कि प्रत्येक सप्ताह में ७ दिन होते हैं अतः सातवें दिन पुनः वही दिन पड़ता है। उदाहरणार्थ आज बृहस्पति है तथा २ तारीख है तो ९ तारीख, १६ तारीख और २३ तारीख तथा ३० तारीख को भी बृहस्पति ही होगा।

नीचे वर्ष १९९० के माह जनवरी का कैलेण्डर दिया गया है:-

जनवरी १९९०

रवि	सोम	मंगल	बुद्ध	बृह०	शुक्र	शनि
	१	२	३	४	५	६
(७)	८	९	१०	११	१२	१३
मकरसंक्रान्ति						
(१४)	१५	१६	१७	१८	१९	२०
					गणतंत्र दिवस	
(२१)	२२	२३	२४	२५	(२६)	२७
			बसंतपंचमी			
(२८)	२९	३०	(३१)			

उपर्युक्त कैलेण्डर को ध्यानपूर्वक देखो। इसके ऊपरी पंक्ति में सातों दिनों के नाम लिखे हैं और प्रत्येक दिन के नाम के नीचे

उस दिन पड़ने वाली तारीखें अंकित हैं। यथा सोमवार को १, ८, १५, २२, २९ तारीखें पड़ती हैं। इसी प्रकार शनिवार को क्रमशः ६, १३, २०, और २७ तारीखें पड़ती हैं। दिनांक १३ को इस माह का दूसरा शनिवार है जिसमें प्रदेश सरकार के सभी कार्यालय बन्द रहते हैं। कैलेण्डर में अंकित सभी तिथियों को गिनकर तुम उस माह के समस्त दिनों की संख्या भी निकाल सकते हो।

चूँकि वर्ष में १२ माह होते हैं अतः प्रत्येक कैलेण्डर में उस वर्ष के १२ माहों के दिनों और तिथियों का वर्णन रहता है।

कैलेण्डर का प्रयोग :

१९९० मार्च

रवि	सोम	मंगल	बुद्ध	बृह०	शुक्र	शनि
				१	२	३
४	५	६	७	८	९	१०
११ होली	१२	१३	१४	१५	१६	१७
१८	१९	२०	२१	२२	२३	२४
२५	२६	२७	२८	२९	३०	३१

१९९० अगस्त

रवि	सोम	मंगल	बुद्ध	बृह०	शुक्र	शनि
			१	२ मुहर्रम	३	४
५	६	७	८	९	१०	११
१२	१३ रक्षा बन्धन	१४ जन्माष्टमी	१५ स्वतंत्रता दिवस	१६	१७	१८
१९	२०	२१	२२	२३	२४	२५
२६	२७	२८	२९	३०	३१	

मान लो तुम्हें अगस्त मास में १५ तारीख का दिन ज्ञात करना है। अगस्त माह में १५ तारीख देखो और उस स्तम्भ के ऊपर शीर्ष पर पड़ा दिन देखो। यह बुद्ध है। अत: १५ अगस्त १९९० को बुद्ध का दिन था। इसी प्रकार मार्च के माह में वह स्तम्भ देखो जिसके ऊपर शुक्र लिखा है। इसके नीचे २, ९, १६, २३, ३० तारीखें पड़ी हैं अत: मार्च १९९० में इन तारीखों को शुक्रवार था। इसी प्रकार किसी कैलेण्डर में पड़ी रंगीन अथवा वृत्त में घिरी तारीख के द्वारा तुम उस माह की छुट्टियाँ ज्ञात कर सकते हो।

कैलेण्डर से छुट्टियाँ, त्योहार आदि ज्ञात करना

ऊपर दिये गये मार्च एवं अगस्त १९९० के कैलेण्डर को ध्यानपूर्वक देखो। इन महीनों में पड़ने वाली सभी छुट्टियों की तिथियां वृत्त में घिरी हैं। इस प्रकार प्रत्येक माह में पड़ने वाले रविवार तथा छुट्टियाँ वृत्त में घिरी हैं। रविवार को छोड़कर प्रत्येक अवकाश वाली तारीख के खाने में छोटे अक्षरों में त्योहार का नाम भी छपा है। इसकी सहायता से तुम ज्ञात कर सकते हो कि किसी त्योहार की छुट्टियाँ किन किन तारीखों पर पड़ेगी। तथा माह अगस्त १९९० के कैलेण्डर में दिनांक २ के खाने में मुहर्रम और दिनांक १४ को जन्माष्टमी अंकित हैं अत: दिनांक २ अगस्त को मुहर्रम का और दिनांक १४ अगस्त को जन्माष्टमी का अवकाश होगा।

इसी प्रकार मार्च के कैलेण्डर द्वारा तुम देख सकते हो कि दिनांक १० और ११ मार्च को होली का अवकाश था।

दिन-सप्ताह, सप्ताह-माह, दिन-माह और दिन-सप्ताह - महीना-वर्ष में सम्बन्ध

यद्यपि तुम समय के सम्बन्ध में सभी बातें जान चुके हो फिर भी स्मरण हेतु पुन: निम्नलिखित सम्बन्धों को देख लो:-

(१) एक सप्ताह में ७ दिन होते हैं जिनमें पहला दिन सोमवार और सातवां दिन रविवार होता है।

(२) एक माह में चार पूरे सप्ताह होते हैं।

(३) दिन और माह में सम्बन्ध: -

तुम ऊपर पढ़ चुके हो कि सभी महीनों में दिनों की संख्या बराबर नहीं होती है। महीनों और दिनों में सम्बन्ध याद रखने के लिए निम्नलिखित पंक्तियों को कंठस्थ कर लो।

''जून, नवम्बर जानिए अप्रैल सितम्बर तीस
फरवरी अट्ठाइस की बाकी सब इकतीस''

उपर्युक्त पंक्तियों के अनुसार वर्ष में जून, नवम्बर, अप्रैल और सितम्बर मासों में ३० दिन तथा फरवरी में २८ दिन तथा शेष माहों जनवरी, मार्च, मई, जुलाई, अगस्त, अक्टूबर तथा दिसम्बर में ३१ दिन होते हैं तथा पूरे वर्ष में ३६५ दिन होते हैं।

किन्तु उपर्युक्त ''लोकोक्ति'' में एक सुधार भी याद रखिए वह यह है कि प्रत्येक चौथे वर्ष में फरवरी २८ दिन के बजाय २९ दिन की होती है तथाउस वर्ष ३६६ दिन होते हैं। ऐसे वर्ष की पहचान तुम सरलता से कर सकतें हो। यदि किसी वर्ष की संख्या ४ से पूरी पूरी विभाजित हो जाती है तो उस वर्ष में फरवरी २९ दिन की होगी। यथा वर्ष १९८८ तथा १९८९ में संख्या १९८८, ४ से विभाज्य है इसी कारण १९८८ में फरवरी माह में २९ दिन थे तथा १९८९, ४ से विभाज्य नहीं है अत: १९८९ के फरवरी माह में केवल २८ दिन ही थे। चालू वर्ष के कैलेण्डर में राष्ट्रीय तथा धार्मिक त्योहारों के और तारीख देखो।

ऐसे वर्षों को जिसमें फरवरी २९ दिन की होती है, लीप वर्ष कहते हैं। यह चौथे वर्ष पड़ता है तथा इसमें ३६६ दिन होते हैं।

उत्तर माला

अभ्यास - १

(१) नवासी, नौ सौ निन्न्यानबे, पाँच हजार छः सौ सात, नौ हजार नौ सौ निन्न्यानबे, दस हजार (२) ४६०८, ३५६७९

(३) (क) एक सौ (ख) नौ सौ निन्न्यानबे (ग) उन्हत्तर (घ) छियासी

(४) (i) ७२, ७४, ७६, ७८, ८०, ८२, ८४, ८६, ८८, ९०, ९२, ९४, ९६, ९८।

(ii) १९१, १९४, १९७, २००, २०३

(iii) ७९००, ७९१०, ७९२०, ७९३०, ७९४०

(iv) ८४४३, ८५४३, ८६४३, ८७४३, ८८४३

(v) ४३३३, ५३३३, ६३३३, ७३३३, ८३३३

(५) (क) ६००, ६ (ख) ८००, ८ (ग) ९०००, ९००, ९०, ९

(६) (क) ८९ < ९८ (ख) ६५ > ५६

(ग) ३३० > ३०३ (घ) १०८९ < १०९८

(७) इकाई दο इο सैο दο इο

१	२	५	३	८	४

हο	सैο	दο	इο	हο	सैο	दο	इο
५	६	७	१	८	८	९	०

(८) (ख) ४७०४ (ग) ३९९९ (घ) ९०७२

(९) (क) ९९ (ख) १०० (ग) ९९९९ (घ) १०००

(१०) आरोही क्रम

(i)

१ ३ ५ ६	२ ४ ६ २	२ ० ९
६ ५ ३ ६	६ ९ ४ २	३ ९ ८
९ ६ ३ ५	९ ६ २ ४	५ ८ ९

(ii) अवरोही क्रम

९ ६ ३ ५	९ ६ २ ४	५ ८ ९
६ ५ ३ ६	६ ९ ४ २	३ ८ ९
१ ३ ५ ६	२ ४ ६ २	२ ० ९

अभ्यास - २

(१) (क) १००००० (ख) ९९९९९९

(२) नौ हजार अट्ठानवे, नब्बे हजार नौ सौ आठ, तिहत्तर हजार छः सौ उनसठ, सैंतिस हजार पाँच सौ उन्हत्तर, सत्तर हजार तीन सौ पैंसठ

(३) सबसे बड़ी सबसे छोटी

सबसे बड़ी	सबसे छोटी
४५३०९	३४९०३
९९९९९९	९०९९९
१०००००	८९८७६

(४) ६०००० + ५००० + ७०० + ६० + ३

७०००० + ९००० + ८०० + ६० + ९

८०००० + ०००० + ५०० + ३० + ०

(५) (क) ५००००, ५००, ५० (ख) ८००००, ८००, ८

(६) ३३६७२, ३३६७३, ३३६७४, ३३६७५, ३३६७६

६०७२३, ६०७२४, ६०७२५, ६०७२६, ६०७२७

१००००, १०००१, १०००२, १०००३, १०००४

३८६५ , ३८६६ , ३८६७ , ३८६८ , ३८६९

(७) २०३५५ २०३५६ २०३५७ २०३५८ २०३५९

९९९७ ९९९८ ९९९९ १०००० १०००१

३८८९५ ३८८९६ ३८८९७ ३८८९८ ३८८९९

२९९९५ २९९९६ २९९९७ २९९९८ २९९९९

(८) (क) ३६१०९ ३६३०९ ३६३१९

(ख) ३२१५८ ३०१५८ २३१५८

(९) ६६५ ६९८७ १६६८७

अभ्यास - ३

(१) (अ) ८५२५, (ब) ८४१५ (स) ८९१३ (द) ३७६१

(२) (अ) ३३१९ (ब) ११२५ (स) ५६३ (द) ९९०

(३) ७०३० पौधे (४) ३००० आम

(५) (क) ५० (ख) १०५ (ग) १५० (ङ) ११६

अभ्यास - ४

(१) १२८६५ (२) ६५४८९५ रु० (३) ८२७०७ (४) १९९९९

अभ्यास - ५

(१) १३९७९ (२) १०००० (३) ६२०५५ (४) १४०१७ (५) २५२१२

अभ्यास - ६

(१) (अ) १९ (ब) ०० (स) ६८० (द) ३३२०

(२) (अ) ६०५२ (ब) ५४०० (स) २९८७७ (द) १२७६२

(३) (अ) = (ब) > (स) > (द) <

अभ्यास - ७

(१) (अ) ८८००० (ब) ४४००० (स) ०० (द) ४४०

(२) (अ) = (ब) > (स) =

(३) २३६५३ (४) १६५२८२ (५) २७५६१

अभ्यास - ८

(१) १०, ९ (२) १९, ३८ (३) ७, ८५० (४) ७०,०

(५) ८०,६२ (६) ७,० (७) ९००,३ (८) ७९, ८५

(९) २० (१०) १६०

अभ्यास - ९

(१) १८ (२) ५४३ (३) ३६ (४) ३३ (५) ८

अभ्यास - १०

(१) १२० रु० (२) ४८० किमी (३) २६० रु० (४) २९७ पुस्तकें

(५) २०७ मीटर

अभ्यास - ११

१- (क) ४८, ५६, ६४ (ख) ५४, ६३, ७२ (ग) ६६, ७७, ८८

२- (क) ४, ६, ८, १०, १२ (ख) २४, ३६, ४८, ६०, ७२

(ग) ३०, ४५, ६०, ७५, ९० (घ) ३४, ५१, ६८, ८५, १०२

अभ्यास - १२

१- (क) ३ और ८ (ख) ७ और ६ (ग) ९ और ७

(घ) ४५ (च) ७२ (छ) ४८ (ज) १०,३ और ५

२- (क) नहीं (ख) हाँ (ग) नहीं (घ) हाँ (च) नहीं (छ) हाँ

३- २, ४, ६, ८, १०, १२, १४, १६, १८, २०, २२, २४, २६, २८, ३०,

४- ५, १०, १५, २०, २५, ३०, ३५, ४०, ४५, ५०,

५- ६, १२, १८, २४, ३०, ३६, ४२, ४८, ५४, ६०

६- (क) हाँ (ख) हाँ (ग) नहीं

अभ्यास - १३

(१) १०, १४, १८, ४२ (२) ५, १५, २७, ५१ (३) १ (४) १ (५) ६२, ६४, ६६, ६८, ७०, ७२, ७४, ७६, ७८, ८०, ८२, ८४, ८६, ८८, ९० (६) ७१, ७३, ७५, ७७, ७९, ८१, ८३, ८५, ८७, ८९

अभ्यास - १४

(१) (क) गुणनखण्ड (ख) गुणनखण्ड (ग) ३ व ७, २१ के गुणनखण्ड हैं

(घ) ७ व ८, ५६ के गुणनखण्ड हैं (ङ) ८ व ९, ७२ के गुणनखण्ड हैं

(च) ५ व ८, ४० के गुणनखण्ड हैं (छ) गुणनखण्ड हैं

(ज) ३, ५ और २, ३० के गुणनखण्ड

(२) (क) ३ X ४ तथा २ X ६ (ख) २ X २२ तथा ४ X ११

(ग) ७ X ९ तथा ३ X २१ (घ) ९ X ९ तथा ३ X २७

(ङ) ४ X २३ तथा २ X ४६

अभ्यास - १५

(१) (क) नहीं (ख) हाँ (ग) हाँ (घ) नहीं (२) ५, ७, ८,

(३) (क) १, २, ३, ६ (ख) १, २, ३, ३, १८ (घ) १, ३, ७, २१ (घ) १, ३, ३, ३६ (ङ) १, २, ३, ५, ३०

अभ्यास - १६

(१) १३, १९, २३, २९, १७, ३१ (२) ४, ६, ९, १२ (३) (क) ८, १६, २४, ३२ (ख) १०, २०, ३०, ४०, (ग) १२, २४, ३६, ४८, (घ) १५, ३०, ४५, ६० (४) ६, १३, (५) ३०, २५, १५ (६) (क) १, २, ३, ६
(ख) १, २, ३, ४, ६, १२ (ग) १, २, ४, ५, १०, २० (घ) १, २, ४, ८, १६, ३२, (च) १, २, १६, ३४,

(७) (क) १४, १६, १८, २०, २२, २४, २६, २८, ३०, ३२, ३४, ३६, ३८, ४०, ४२ (ख) २०, २२, २४, २६, २८, ३०, ३२, ३४, ३६, ३८,

(८) ४, ६, ८, ९, १०, १२, १४, १५, १६, १८, २०, २१, २२, २४, २५

(९) (क) ७ (ख) १९ (ग) ३७ (घ) ६१

(१०) (क) हाँ (ख) नहीं (ग) हाँ (घ) हाँ (ङ) नहीं (च) नहीं

(११) (क) दो (ख) एक (ग) दो (घ) एक (ङ) स्वयं (च) भाज्य (१२) एक

अभ्यास - १७

(१) (क) १, ३ (ख) १, २, ४, ८ (ग) १, २, २, १० (घ) १ (ङ) १, ४ (च) १, ५, (२) क ख घ च ज झ

(३) (क) ६ (ख) १३ (ग) ६ (घ) ४ (च) १७ (छ) २३

(४) (क) ३ (ख) ७ (ग) ९ (घ) ११ (ङ) १८ (च) ३१

(५) ५ मीटर (६) २ लीटर

अभ्यास - १८

(१) (क) ६ (ख) ६ (ग) ३० (घ) १२ (च) २४ (छ) १८ (ज) ३६ (झ) १० (ञ) २१ (ट) ३० (ठ) २४ (ड) ४५

(२) (क) १५ (ख) १२ (ग) ३० (घ) ६० (च) ६० (छ) १८

अभ्यास - १९

(१) (ख) २ x २ x ७

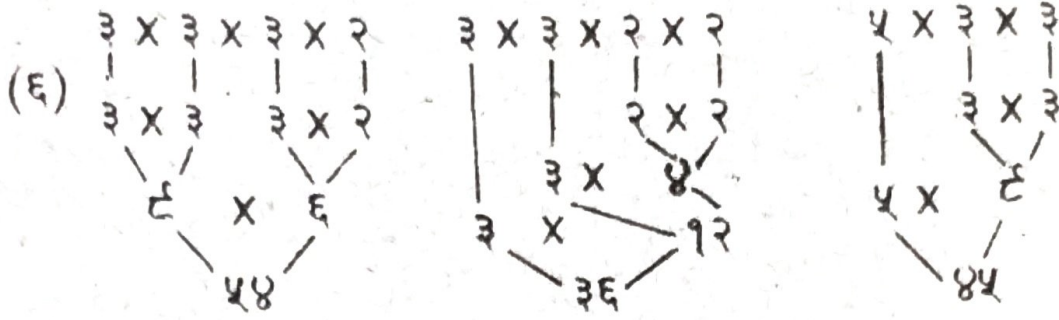
(२) (क) नहीं (ख) हाँ (ग) नहीं (घ) हाँ

(३) (क) १, ३, ७ (ख) २, ३, ३, २ x २ (ग) २, २, २, ११

अभ्यास - २०

(१) (क) २ X ५ X ७ (ख) ५ X १३ (ग) २ X २ X ३ X ५
(घ) २ X २ X २ X २ X ७ (२) (क) ३० (ख) ७२ (ग) ४८ (घ) ७५
(च) ४८ (छ) १७५ .

विविध अभ्यास

(१) (क) १ (ख) १ (ग) ३ (२) (ख) १७, १३ (३) (क) ३, ६, १२, १५ और १५, ३०, ४५, ६०
(ख) ६ X १२, १८, २४ और १०, २०, ३०, ४० (ग) १५, ३०, ४५, ६० और २०, ४०, ६०, ८०
(४) (क) २० (ख) १४ (ग) १२ (घ) १६ (५) एक

(७) (क) २ X ३ X ३ X ५ (ख) २ X २ X २ X ३ X ३
(ग) २ X २ X २ X २ X ५ (घ) २ X २ X १७
(८) (क) ३० (ख) १२० (ग) ४५

अभ्यास - २१

(१) १६२, १६४, १६६, १६८, १७०, १७२, १७४, १७६, १७८
(२) २४, २२, २०, १८, १६, १४, १२, १०, ८, ६, ४, २,
(३) १८, १५, १२, ९, ६, ३
(४) १८, १२, १२, ६ (५) ३५, ३०, २५, २०, १५, १०, ५
(६) ३०५, ३१०, ३१५, ३२०, ३२५ (७) ५१०, ५२०, ५३०, ५४०
(८) ९९, ९०, ८१, ७२, ६३, ५४, ४५, ३६, २७, १८, ९
(९) ९९, ८८, ७७, ६६, ५५, ४४, ३३, २२, ११
(१०) विषम- ७, ३१, ८३२५, ६३, ५१, ११७, ८११
सम- १२, ९४, ८१०, ७३१४, ७३०, ६७२
(११) १, ३, ५, ७, ९, ११, १३, १५, १७, १९
(१२) ६२, ६४, ६६, ६८, ७०, ७२, ७४, ७६, ७८
(१३) (क) ४१२, ६१७०, ८१५६, ५१४, ३७८
(ख) ६८४, १०१७, ७३२६०, ९०६, ६५०७, ८१, ३२५
(ग) १५६, ८०४, १०३२, ५९४१२ (घ) ४०, १०१०, ५६७८०
(च) १६५, ९२०, २०२५, १३९६०, (छ) १०८, ३४२, ५६७, २९६१

(१४)	६५४	९१०	८५२	७७१	३२२८१	१६३३
२ से भाज्य	हाँ	हाँ	हाँ	नहीं	हाँ	नहीं
३ से भाज्य	हाँ	नहीं	हाँ	हाँ	हाँ	नहीं
५ से भाज्य	नहीं	हाँ	नहीं	नहीं	नहीं	नहीं
१० से भाज्य	नहीं	हाँ	नहीं	नहीं	नहीं	नहीं
९ से भाज्य	नहीं	नहीं	नहीं	नहीं	नहीं	नहीं

अभ्यास- २२

(१) $\frac{१}{८}$ (२) (क) $\frac{३}{१०}$ (ख) $\frac{४}{८}$ या $\frac{१}{२}$ (ग) $\frac{२}{४}$ या $\frac{१}{२}$ (घ) $\frac{१}{६}$

(३) (क) $\frac{८}{२०}$ या $\frac{२}{५}$ (ख) $\frac{४}{७}$ (४) (क) $\frac{४}{७}$ (ख) $\frac{३}{५}$ (ग) $\frac{५}{११}$ (घ) $\frac{७}{१३}$

(५) दो-तीसरे (ख) तीन-पाँचवें (ग) चार-सातवें (घ) सात-दसवें

(६) (क) ५ (ख) ७ (७) २, ४, ७, १ (८) ६, ११, १९, १०

(९) ७ (१०) ८ किग्रा

अभ्यास - २३

(१) (क) ३ (ख) ६ (ग) २ (घ) १ (ङ) ५ (च) १ (छ) ०

(२) (क) १२ (ख) ३५ (ग) २ (घ) १

(३) $\frac{४}{२८}, \frac{५}{३५}, \frac{६}{४२}, \frac{७}{४९}$ (ख) $\frac{४}{४०}, \frac{५}{५०}, \frac{६}{६०}, \frac{७}{७०}$

(४) (क) $\frac{२}{६}, \frac{३}{९}, \frac{४}{१२}, \frac{५}{१५}, \frac{६}{१८}$,

(ख) $\frac{६}{१०}, \frac{९}{१५}, \frac{१२}{२०}, \frac{१५}{२५}, \frac{१८}{३०}$

(ग) $\frac{१०}{१४}, \frac{१५}{२१}, \frac{२०}{२८}, \frac{२५}{३५}, \frac{३०}{४२}$

(५) $\frac{८}{१८}$ (६) $\frac{१}{२४}, \frac{२}{१७}$ (७) क - दख - ३ (८) $\frac{३}{८}, \frac{७}{१५}$

(९) $\frac{२}{८}, \frac{३}{१२}, \frac{४}{१६}, \frac{५}{२०}, \frac{१}{२४}$ (१०) $\frac{१}{२}, \frac{१}{३}, \frac{२}{३}, \frac{३}{४}, \frac{३}{५}, \frac{४}{५}$

(११) (क) $\frac{१}{२}, \frac{१}{४}, \frac{१}{२}, \frac{२}{५}, \frac{१}{४}, \frac{१}{२}, \frac{१}{४}, \frac{१}{३}, \frac{१}{३}$

(ख) $\frac{१}{३}, \frac{१}{४}, \frac{१}{५}, \frac{१}{३}, \frac{१}{३}, \frac{१}{४}, \frac{१}{३}, \frac{५}{१८}$

अभ्यास - २४

(१) $<$ (२) $>$ (३) $<$ (४) $<$ (५) $>$ (६) $>$

(७) $\frac{३}{९}, \frac{४}{९}, \frac{५}{९}, \frac{६}{९}, \frac{७}{९}$ (ख) $\frac{३}{७}, \frac{४}{७}, \frac{५}{७}, \frac{६}{७}, \frac{७}{७}$

अभ्यास - २५

(१) > (२) < (३) > (४) < (५) > (६) <

(७) $\frac{४}{७}$, $\frac{४}{९}$, $\frac{४}{१०}$, $\frac{४}{१२}$, $\frac{४}{१५}$, $\frac{४}{१७}$

अभ्यास - २६

(१) (ii) > (iii) < (iv) > (V) >

(२) (i) > (ii) < (iii) < (iv) >

(३) $\frac{१}{९}$, $\frac{३}{९}$, $\frac{४}{९}$, $\frac{५}{९}$, $\frac{६}{९}$, $\frac{८}{९}$

(४) $\frac{६०}{९०}$, $\frac{६०}{८०}$, $\frac{६०}{७५}$, $\frac{६०}{७२}$,

(५) $\frac{२४५}{३१५}$, $\frac{२२५}{३१५}$, $\frac{२१०}{३१५}$, $\frac{१८९}{३१५}$

(६) (क) १२ का $\frac{१}{३}$ (ख) १८ का $\frac{१}{३}$

अभ्यास - २७

(१) $\frac{३}{४}$, $\frac{३}{२४}$, (२) $\frac{२}{२}$, $\frac{३}{३}$, $\frac{४}{४}$, $\frac{५}{५}$, $\frac{६}{६}$ (३) $\frac{९}{५}$

(४) $\frac{१३}{७}$, $१\frac{३}{७}$, $\frac{१७}{३}$

अभ्यास - २८

(१) $\frac{७}{१२}$, (२) $\frac{२३}{२०}$, (३) $\frac{१३}{१०}$, (४) $\frac{११}{७}$, (५) $\frac{२८}{८}$, (६) $\frac{१८}{१२}$

(७) $३\frac{१}{४}$ किग्रा (८) $१\frac{११}{१२}$ (९) (क) $१\frac{३}{२०}$ (ख) $२\frac{८}{३५}$

अभ्यास - २९

(१) $५\frac{५}{६}$ (२) $५\frac{५}{६}$ (३) $७\frac{२}{७}$ (४) $९\frac{५}{६}$ (५) $३\frac{१७}{३०}$

(६) $३\frac{३}{४}$ (७) $३\frac{९}{२०}$ (८) $९\frac{११}{१२}$

अभ्यास - ३०

(१) $४\frac{१}{२४}$ (२) $\frac{३}{१२}$ (३) $३\frac{१}{६}$ (४) $१\frac{५}{७}$ (५) ० (६) $\frac{६१}{१४३}$

(७) $\frac{१}{१०}$ मीटर (८) $२\frac{२}{५}$ लीटर (९) $\frac{११}{१२}$, $\frac{५}{१२}$ (१०) $\frac{४}{१५}$

अभ्यास - ३१

(१) (क) ०.३ (ख) ०.५ (२) (क) ०.३ (ख) ०.७ (ग) २.३ (घ) ९.५

(३) (क) $\frac{१४}{१०}$, १.४ (ख) $\frac{२२}{१०}$, २.२ (४) ०.१, ०.४, ०.७, ०.९, ०.३, २.९, ३.१ (५) १२.३, ३२.१, २३.४, ६९.७

(६) (क) $\frac{४}{१०}$, $\frac{७}{१०}$, $\frac{९}{१०}$, $\frac{८}{१०}$, (ख) $\frac{३३}{१०}$, $\frac{४७}{१०}$, $\frac{७६}{१०}$, $\frac{८५}{१०}$

(७) (क) २१.५ (ख) ५९.३

अभ्यास - ३२

(१) (क) ०.०६ (ख) ०.१८ (ग) ०.३० (घ) १.००

(२) (ख) ३, ७, $\frac{३७}{१००}$ (ग) ०, ६, $\frac{६}{१००}$ (घ) ४, ०, $\frac{४०}{१००}$

(ङ) ९, १, $\frac{९१}{१००}$ (३) (क) ०.०४ (ख) ०.५३ (ग) ५.७३ (घ) ७.०७

(ङ) ८.७६ (४) (क) १.०३ (ख) ३.३३ (ग) ४.५६ (घ) ३७.३७

अभ्यास - ३३

(१) (क) ०.३४५ (ख) ०.७६५ (ग) ०.२०१ (घ) ०.०४८ (ङ) ०.१२३

(२) (क) ०.००४ (ख) ०.०४३ (ग) ०.१७३ (घ) १.३५७ (ङ) ७.६३२,

(च) ०.८४३ (३) (क) $२\frac{८६४}{१०००}$ (ख) $५\frac{७५३}{१०००}$ (ग) $१४\frac{६९}{१०००}$ (घ) $२\frac{३}{१०००}$

(४) भिन्न	$\frac{३}{१०}$	$\frac{५}{१००}$	$\frac{९}{१००}$	$\frac{७}{१०००}$	$\frac{१}{१०००}$
दशमलव	०.३	०.०५	०.०९	०.००७	०.००१

अभ्यास - ३४

(१) (क) १३५.७ (ख) ५४.३७ (ग) ४.००८ (घ) ४३२.१३४
(ङ) ७५.४३५ (च) १.०३४ (छ) ८६४.००

(२) चार दशमलव दो, तेरह दशमलव पाँच, तेरपन दशमलव पाँच तीन, शून्य दशमलव चार सात, शून्य दशमलव शून्य चार सात

(३) .८, ३.५, ०.४५, ०.९

(४) ३.४, २.३, १५४१ (५) ५.५, .५५, ०.०५५, ०.३३

अभ्यास - ३५

(१) (क) रु० ५४.४५ (ख) रु० ७०.०७ (ग) १३.४ सेमी० (घ) ५.५ किग्रा
(ङ) १००.८ ली (च) १३.०१३ कि०मी०

(२) (क) ६ लीटर ७५० मिली ली० (ख) २१ मीटर ३५ सेमी०
(ग) ९ कि०मी० ५ मी० (घ) ५ सेमी० ७ मिली मीटर

(३) ६४.२०० किग्रा

पिछले कार्य की पुनरावृत्ति

(१) ७० मीटर (२) १० मीटर (३) १०० सेमी (४) (ग)
(५) १४० सेमी०

अभ्यास - ३६

(१) (i) खुला (ii) खुला (iii) खुला (iv) बन्द (v) बन्द (vi) बन्द

(२) १२० मीटर (३) १४८५०.०० (४) रु० ८२५.०० (५) ४ चक्कर

(६) ७८० मीटर (७) ४८० पग (८) ३० मीटर (९) रु० १८०८.००

(११) १० किमी

पिछले कार्य की पुनरावृत्ति

(१) (क) रविवार (ख) अप्रैल (ग) सात (घ) बारह (च) २४ (छ) ६०

(२) (क) ३ बजे हैं (ख) १२ बजे हैं
(ग) एक बजकर पन्द्रह मिनट (घ) तीन बजकर चालीस मिनट

(३)

(४) (क) १२ घण्टे में (ख) एक घण्टे में (ग) २५ मिनट (घ) दो

(५) (क) पौन (ख) पौने (ग) ५ बजकर ३० मिनट,

(६) छः घण्टे (७) ६ घण्टे

अभ्यास- ३७

(१) २ बजकर ३६ मिनट, ३ बजकर पांच मिनट, सात बजकर बत्तीस मिनट, ग्या॰ बजकर चौवन मिनट

(२) ३.३२ ८.२४ १०.५४ २.४६

अभ्यास- ३८

(१) (क) ६.३० अपराह्न (ख) ४.३० पूर्वाह्न (ग) ११.४५ पूर्वाह्न (घ) ११.४५ अपराह्न (ङ) ९.५० अपराह्न

(२) (क) ६.०० पूर्वाह्न (ख) १०.०० अपराह्न (ग) ५.०० अपराह्न (घ) ९.३० पूर्वाह्न (ङ) ३.३० अपराह्न (च) ९.२० पूर्वाह्न (छ) ८.०० अपरा

(३) (क) ९.०० पूर्वाह्न (ख) ५.३० अपराह्न (ग) १.३० अपराह्न (घ) १०.०० पूर्वाह्न

(४) (क) ४.०० पूर्वाह्न (ख) १.०० पूर्वाह्न (ग) १०.४५ पूर्वाह्न (घ) ४.०० अपराह्न

अभ्यास- ३९

(१) (क) १०.२० पूर्वाह्न (ख) ९.४५ अपराह्न (ग) ११.०० अपराह्न (घ) ६.०० पूर्वाह्न (ङ) ७.०५ अपराह्न (च) ०.३० पूर्वाह्न

(छ) ००.०० अर्द्ध रात्रि

(२) (क) १८.३० (ख) ०१.१५ (ग) १२.०० (घ) ०६.५० (ङ) २३.३०

(३) आनि का समय ११.४५ छूटने का समय ०.१५

(४) (क) ६, ०६०० (ख) ९.३०, ०९३०

(ग) ९.३०, ०९३० (घ) ५,००, १७००

(ङ) ३.३०, १५३० (च) ४.००, १६००

(छ) ८.००, २००० (ज) ७.००, १९००

(झ) १०.००, २२००

(५) (क) मध्यरात्रि (ख) १.४५ (ग) अर्द्धरात्रि (घ) ७.१० (ङ) १२.३०

(च) ७.१०

(६) (क) २४०० (ख) १२०० (ग) १२.३० (घ) १६४० (च) २२१५ (छ) ०६४५

(७) (क) ९.०० अपराह्न (ख) ९.२० पूर्वाह्न (ग) ११.३० पूर्वाह्न

(घ) ११.३० अपराह्न (च) ०.४५ पूर्वाह्न

(८) (क) ३ घण्टा १० मिनट (ख) ५ घण्टा ३५ मिनट

अभ्यास- ४०

(१) (क) १० घण्टा ५० मिनट (ख) १० माह २३ दिन (ग) १२ वर्ष १० माह

(२) (क) १ वर्ष २ माह २७ दिन (ख) ३० घण्टे (ग) १७ वर्ष ४ माह

(३) (क) ६ बजे शाम (ख) ९ ०० बजे शाम (ग) ११.४५ पूर्वाह्न

(४) ५ घण्टे १० मिनट बाद (५) ५.४५ बजे शाम (६) ९.०० बजे शाम

(७) ८.१० प्रातः (८) (क) १३ बर्ष २ माह (ख) १२ घण्टा १० मिनट (ग) चौदह वर्ष (९) (क) ११.४० रात्रि (ख) ९.१० शाम (ग) ५.०५ शाम (१०) २४ जुलाई ९९ (११) १२ जुलाई (१२) १ वर्ष ११ माह २२ दिन

अभ्यास- ४१

(१) (क) ९२ दिन (ख) ७७ दिन (ग) ३६१ दिन

(२) (क) १ घण्टा ४० मिनट (ख) ८ घण्टा ५० मिनट

(ग) ३ घण्टा ४५ मिनट (घ) ७ घण्टा ३५ मिनट

(३) ५.१० बजे अपराह्न (४) ५.१० बजे अपराह्न (५) (क) ५.३० बजे पूर्वाह्न

प्रार्थना

वह शक्ति हमें दो दयानिधे, कर्तव्य मार्ग पर डट जावें।
पर सेवा पर उपकार में हम, जग-जीवन सफल बना जावें।।१।।

हम दीन-दुखी, निबलों-विकलों के सेवक बन संताप हरें।
जो हैं अटके भूले भटके, उनको तारे खुद तर जावें।।२।।

छल दंभ-द्वेष-पाखण्ड-झूठ-अन्याय से निशि दिन दूर रहें।
जीवन हो शुद्ध सरल अपना, शुचि प्रेम सुधारस बरसावें।।३।।

निज आन-मान मर्यादा का, प्रभु ध्यान रहे अभिमान रहे।
जिस देश-जाति में जन्म लिया, बलिदान उसी पर हो जावें।।४।।

केवल मुखपृष्ठ राजकीय मुद्रणालय, रामपुर में मुद्रित